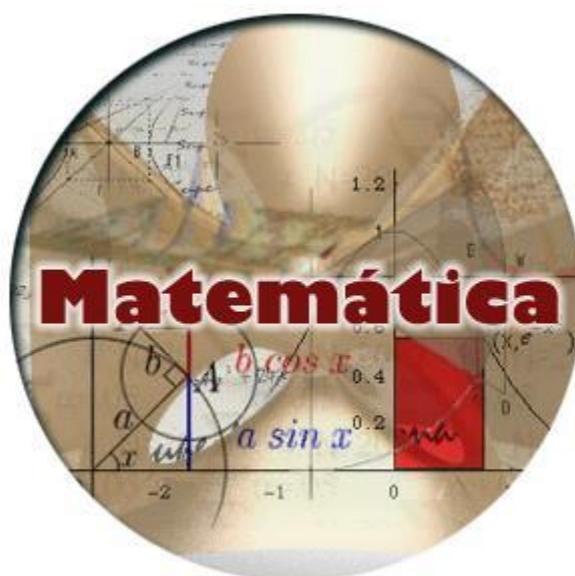


# PROVAS FINAIS DE MATEMÁTICA

# 9.º ANO



Ano letivo 2019/2020

Nome: \_\_\_\_\_

**PROVA FINAL DE MATEMÁTICA – 2016 (1.ª Chamada)**

**Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos. (é permitido o uso de calculadora)**

1. Na Figura 1, está representado, em referencial cartesiano, o gráfico de uma função de proporcionalidade inversa.

Os pontos P e Q pertencem ao gráfico da função.

Sabe-se que as coordenadas do ponto P são (5 ; 21) .

Em qual das opções seguintes podem estar as coordenadas do ponto Q?

- (A) (17 ; 9)                      (B) (19 ; 7)  
 (C) (33 ; 5)                      (D) (35 ; 3)

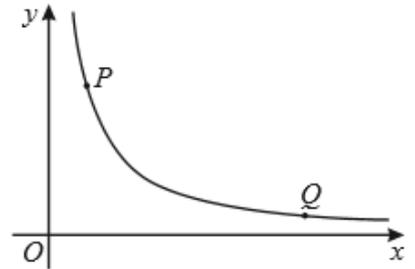


Figura 1

2. Na Figura 2, apresenta-se uma notícia publicada num jornal acerca dos fundos de que a ONU (Organização das Nações Unidas) necessitava, em 2011, para atuar no combate à fome em África.

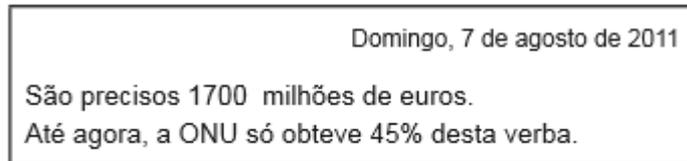


Figura 2

Escreve, utilizando notação científica, o valor, em euros, de que a ONU dispunha, à data da notícia, para atuar no combate à fome em África.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

6. Para cada número natural  $n$  maior do que 1, seja  $A = [1; \sqrt{n}[$ , um intervalo de números reais. Qual é o menor valor de  $n$  para o qual o intervalo  $A$  tem, exatamente, vinte e oito números naturais?

3. Na Figura 3, estão representadas duas retas paralelas,  $r$  e  $s$ , e duas semirretas,  $OC$  e  $OD$ .

Sabe-se que:

- a reta  $r$  intersesta as semirretas  $OC$  e  $OD$  nos pontos  $A$  e  $B$ , respetivamente;
- a reta  $s$  intersecta as semirretas  $OC$  e  $OD$  nos pontos  $C$  e  $D$ , respetivamente;
- o ponto  $A$  pertence ao segmento de reta  $[OC]$ ;
- $\overline{OA} = 8,0\text{cm}$ ,  $\overline{AC} = 4,5\text{cm}$  e  $\overline{OB} = 9,6\text{cm}$ .

A figura não está desenhada à escala.

Determina  $\overline{BD}$ .

Apresenta o resultado em centímetros.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

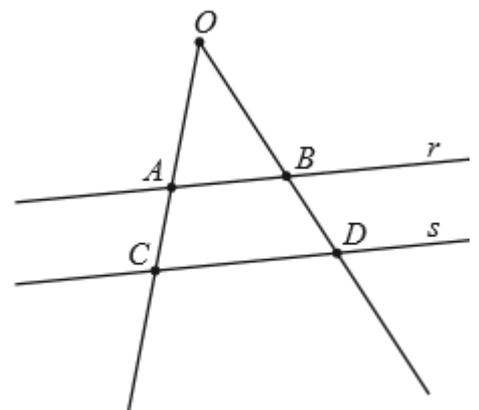


Figura 3

4. Na Figura 4, estão representados um prisma reto [ABCDEFGH], de bases quadradas, e um cilindro cujas bases estão inscritas nas bases do prisma.

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 20\text{cm}$ ;
- a diferença entre o volume do prisma e o volume do cilindro é igual a  $3000\text{ cm}^3$ .

A figura não está desenhada à escala.

4.1. Identifica, recorrendo a letras da figura, uma reta perpendicular ao plano que contém a base [ABCD] do prisma.

4.2. Determina  $\overline{CH}$ .

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às unidades. Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

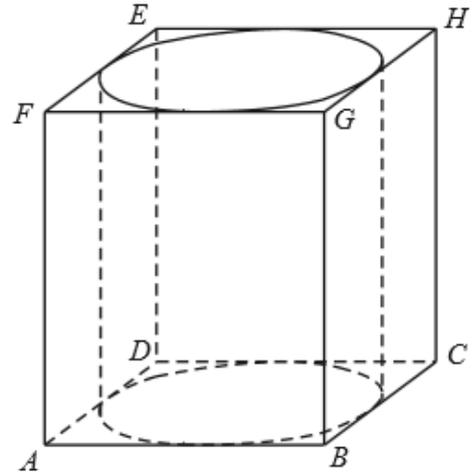


Figura 4

5. A Figura 5 é uma fotografia do farol do Cabo de Santa Maria, situado na Ria Formosa, na Ilha da Culatra.

A Marta e o Rui estão a fazer um trabalho de trigonometria. A Marta colocou-se num ponto a partir do qual podia observar o topo do farol segundo um ângulo de amplitude  $60^\circ$ . Fez algumas medições e esboçou um esquema idêntico ao que se apresenta na Figura 6.

Nesse esquema, o ponto T corresponde ao topo do farol, o ponto M corresponde ao ponto de observação da Marta, e o ponto R corresponde ao ponto de observação do Rui.

O esquema não está desenhado à escala.



Relativamente ao esquema da Figura 6, sabe-se que:

- [MCT] é um triângulo retângulo;
- o ponto R pertence à semirreta MC;
- $\hat{TMC} = 60^\circ$  e  $\hat{TRC} = 45^\circ$ ;
- $\overline{MC} = 25,6\text{m}$ .

Determina  $\overline{MR}$ , ou seja, determina a distância entre a Marta e o Rui.

Apresenta o resultado em metros, arredondado às unidades.

**Sugestão:** Começa por determinar TC. Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

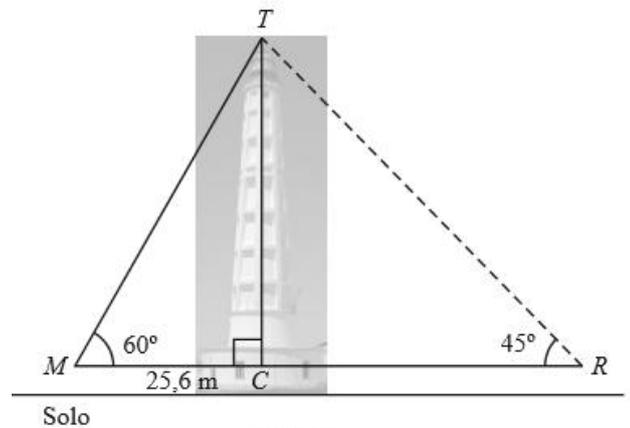


Figura 6

**Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos. (não é permitido o uso de calculadora)**

7. Na tabela seguinte, apresentam-se dados relativos às idades de uma amostra de alunos do 3.º ciclo de uma escola básica.

Idade (em anos)	12	13	14	15
Número de alunos	2	7	20	11

Em qual das opções seguintes se apresenta o valor do 1.º quartil deste conjunto de dados?

- (A) 13      (B) 13,5      (C) 14      (D) 14,5

8. O António e a Beatriz estão a jogar um jogo de dados. Em cada jogada, cada um deles lança um dado cúbico equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e observa o número da face voltada para cima. Em cada jogada, vence aquele cujo dado apresente o maior dos dois números. Se, numa jogada, os dois dados apresentarem o mesmo número, é declarado empate.

8.1. O António lançou o dado e obteve o número 5.

Qual é a probabilidade de a Beatriz vencer esta jogada? Apresenta o resultado na forma de fração.

8.2. O António e a Beatriz lançam novamente os dados. Qual é a probabilidade de o António vencer esta nova jogada?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível. Mostra como chegaste à tua resposta.

9. Sejam  $q$  e  $r$  números reais, tais que  $q < r$ .

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A)  $2q > 2r$

(B)  $-2q > -2r$

(C)  $q + 2 > r + 2$

(D)  $q - 2 > r - 2$

10. Observa as igualdades seguintes, que ilustram uma propriedade dos quadrados perfeitos dos números naturais.

$$1^2 = 1$$

$$2^2 = 1 + 3$$

$$3^2 = 1 + 3 + 5$$

$$4^2 = 1 + 3 + 5 + 7$$

$$5^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$$

Qual é a soma dos 80 primeiros números ímpares?

11. A reta  $r$ , representada em referencial cartesiano na Figura 7, é o gráfico de uma função afim,  $f$ .

Sabe-se que os pontos de coordenadas  $(0 ; -1)$  e  $(5 ; 1)$  pertencem à reta  $r$ .

Determina uma expressão algébrica que defina a função  $f$ .  
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

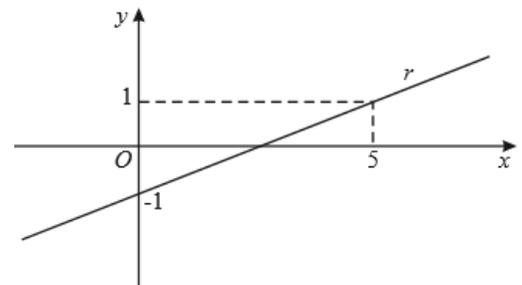


Figura 7

12. Escreve o número  $\frac{8^{30}}{2^{30}} \times (-1)^{40}$  na forma de uma potência de base 2.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

13. Relativamente aos trabalhadores de uma certa empresa, sabe-se que o número de homens é igual a um quarto do número de mulheres.

Se a empresa contratar mais 2 homens e mais 3 mulheres, o número de homens passará a ser igual a um terço do número de mulheres.

Seja  $h$  o número de homens e seja  $m$  o número de mulheres que trabalham atualmente nesta empresa.

Escreve um sistema de equações que permita determinar o número de homens (valor de  $h$ ) e o número de mulheres (valor de  $m$ ) que trabalham atualmente na empresa.

**Não resolvas o sistema.**

14. Resolve a equação seguinte:  $x^2 + 3(x - 2) = x - 3$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. Resolve a inequação seguinte:  $\frac{x-1}{6} \leq \frac{5x-1}{3}$ .

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

16. Na Figura 8, estão representados dois quadrados de lados [AO] e [OB].  
Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao segmento de reta [OB]
- $\overline{OA} = a$
- $\overline{AB} = b$

Qual das expressões seguintes representa a área do quadrado de lado [OB]?

- (A)  $a^2 + 2ab + b^2$       (B)  $a^2 - 2ab + b^2$       (C)  $a^2 + b^2$       (D)  $a^2 - b^2$

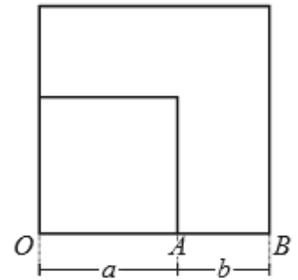


Figura 8

17. Na Figura 9, estão representados o triângulo escaleno [LMN], as semirretas MO e NO, bissetrizes dos ângulos LMN e MNL, respetivamente, e a circunferência inscrita no triângulo [LMN].

Sabe-se que:

- a reta MN é tangente à circunferência no ponto P;
- o ponto Q é a intersecção do segmento de reta [MO] com a circunferência.

17.1. Sabe-se também que  $\widehat{OMN} = 15^\circ$ .

Qual é a amplitude do arco QP?

- (A)  $70^\circ$       (B)  $75^\circ$       (C)  $80^\circ$       (D)  $85^\circ$

17.2. Admite que  $\overline{OP} = \sqrt{3}$  e que  $\overline{PN} = 3$ .

Determina o valor exato de  $\overline{ON}$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

17.3. Como se designa o ponto O relativamente ao triângulo [LMN]?

- (A) Baricentro      (B) Circuncentro      (C) Incentro      (D) Ortocentro

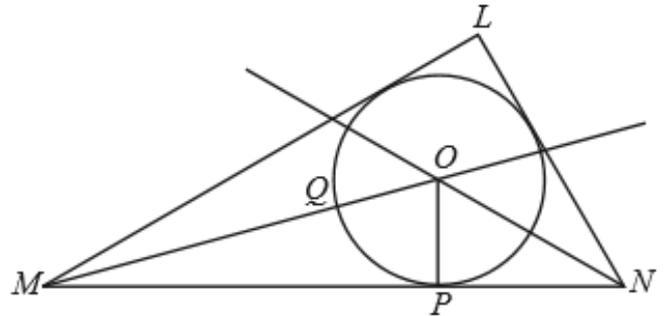


Figura 9

## **PROVA FINAL DE MATEMÁTICA – 2016 (2.ª Chamada)**

**Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos. (é permitido o uso de calculadora)**

1. Qual dos números seguintes é uma aproximação de  $\sqrt[3]{14}$ , com erro inferior a 0,1?

- (A) 2,2      (B) 2,3      (C) 2,5      (D) 2,6

4. Seja k um número natural menor do que 100.

Considera o seguinte conjunto de dados numéricos: 30 ; 70 ; 100 ; k.

Sabe-se que a média deste conjunto de dados é 60.

Determina a mediana deste conjunto de dados. Mostra como chegaste à tua resposta.

2. Na Figura 1, estão representados um cilindro e um prisma quadrangular regular [ABCDEFGH] de bases [ABCD] e [EFGH], inscritas nas bases do cilindro. A altura do cilindro é igual a 5,3 cm e o raio da sua base é igual a 3 cm. A figura não está desenhada à escala.

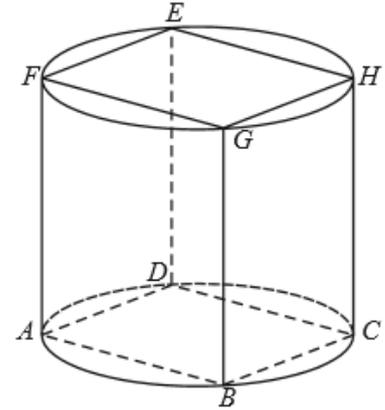


Figura 1

2.1. Identifica, recorrendo a letras da figura, uma reta paralela ao plano que contém a base [ABCD] do prisma.

2.2. Determina o volume do prisma.

Apresenta o resultado em centímetros cúbicos, arredondado às unidades. Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2.3. Determina a área da superfície lateral do cilindro.

Apresenta o resultado em centímetros quadrados, arredondado às unidades. Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais. Mostra como chegaste à tua resposta.

3. Na Figura 2, está representado um esquema do modelo de avião A380, um dos maiores aviões de transporte de passageiros do mundo.

Na Figura 2, estão também representados o triângulo isósceles [ABD] e o segmento de reta [AC], que é a altura do triângulo relativa à base [BD].

O esquema não está desenhado à escala.

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = \overline{AD}$
- $\overline{AC} = 51m$
- $\hat{BAD} = 76^\circ$

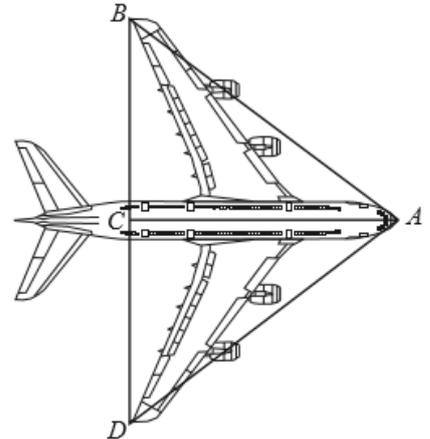


Figura 2

Determina  $\overline{BD}$ , ou seja, determina a envergadura do A380.

Apresenta o resultado em metros, arredondado às unidades. Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Mostra como chegaste à tua resposta.

5. Seja  $n$  o menor número natural para o qual  $\frac{n}{0,4}$ , também é um número natural.

Para esse valor de  $n$ , quantos números inteiros pertencem ao intervalo  $\left[-1; \frac{n}{0,4}\right]$ ?

**Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos. (não é permitido o uso de calculadora)**

6. Num saco, A, estão três bolas numeradas de 1 a 3, indistinguíveis ao tato.

6.1. Retira-se, ao acaso, uma bola do saco A.

Qual é a probabilidade de retirar a bola com o número 2?

Apresenta o resultado na forma de fração.

6.2. Num outro saco, B, estão duas bolas, também indistinguíveis ao tato, uma com a palavra «adição» e a outra com a palavra «multiplicação». Retiram-se, simultaneamente e ao acaso, duas bolas do saco A e uma bola do saco B. Em seguida, efetua-se a operação indicada na bola retirada do saco B entre os dois números obtidos nas bolas retiradas do saco A.

Qual é a probabilidade de o valor obtido ser igual a 4?

- (A)  $\frac{1}{8}$       (B)  $\frac{1}{6}$       (C)  $\frac{1}{4}$       (D)  $\frac{1}{2}$

7. Escreve o número  $6 \times 10^{-2} + 0,05$  em notação científica.  
Mostra como chegaste à tua resposta.

8. Na Figura 3, estão representados os três primeiros termos de uma sucessão de conjuntos de círculos.



Figura 3

Sabe-se que:

- o número total de círculos do termo de ordem  $n$  da sucessão é dado pela expressão  $3n+6$ ;
- cada termo da sucessão, com exceção do primeiro, tem mais um círculo preto do que o termo anterior.

Quantos círculos brancos tem o 100.º termo da sucessão?

9. Na Figura 4, estão representados, em referencial cartesiano, o ponto P e duas retas, r e s.

Sabe-se que:

- a reta r é definida pela equação  $y = 1,5x$ ;
- a reta s é paralela à reta r;
- o ponto P tem coordenadas (4 ; 9) e pertence à reta s.

Seja f a função afim cujo gráfico é a reta s.  
Qual das seguintes expressões define a função f?

- (A)  $f(x) = 1,5x + 3$
- (B)  $f(x) = 1,5x + 9$
- (C)  $f(x) = -1,5x + 15$
- (D)  $f(x) = -1,5x + 3$

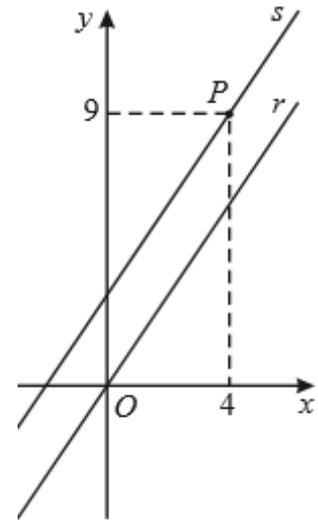


Figura 4

10. No referencial cartesiano da Figura 5, estão representadas graficamente as funções f e g.

Sabe-se que:

- a função f é definida por  $f(x) = 2x^2$ ;
- a função g é uma função de proporcionalidade inversa;
- os gráficos das funções f e g intersectam-se no ponto P, que tem abcissa 2.

Determina uma expressão algébrica que defina a função g.  
Mostra como chegaste à tua resposta.

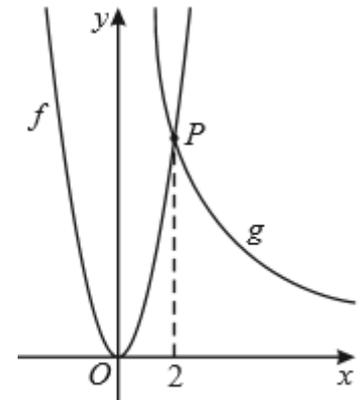


Figura 5

13. Resolve a inequação seguinte:  $2(x-1) > \frac{x}{5} + 1$ .

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.  
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. Escreve a forma reduzida do polinómio  $(x + 2)^2$ .

11. Considera o par ordenado  $(x ; y)$  tal que  $x = 1$  e  $y = 0$ .

Qual dos seguintes sistemas de equações tem como solução este par ordenado?

(A)  $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$

(B)  $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$

(C)  $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}$

(D)  $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$

12. Resolve a equação seguinte:  $x(x-1) + 2 = 3 - x^2$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

14. Escreve o número  $\frac{6^{10}}{3^{10}} \times 4^6$  na forma de uma potência de base 2.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

16. Na Figura 6, estão representadas duas circunferências,  $c_1$  e  $c_2$ , tangentes no ponto P.

Sabe-se que:

- as circunferências  $c_1$  e  $c_2$  têm centro, respetivamente, no ponto  $O_1$  e no ponto  $O_2$ ;
- os pontos A e B pertencem à circunferência  $c_1$ ;
- os pontos C e D pertencem à circunferência  $c_2$ ;
- os pontos A, C e P pertencem à reta  $O_1O_2$ ;
- as retas AB e CD são paralelas.

A figura não está desenhada à escala.

16.1. Admite que:

- $\overline{AB} = 2\text{cm}$
- $\overline{CD} = 6\text{cm}$
- $\overline{PA} = 3,5\text{cm}$

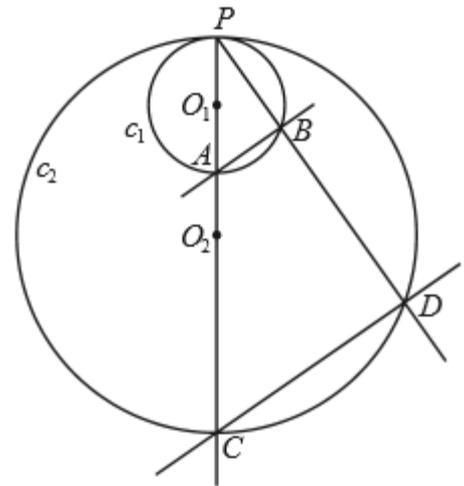


Figura 6

16.1.1. Qual é a medida, em centímetros, do diâmetro da circunferência  $c_2$ ?

- (A) 9,5                      (B) 10                      (C) 10,5                      (D) 11

16.1.2. Qual é o lugar geométrico dos pontos do plano que distam 3,5 cm do ponto P?

- (A) Circunferência de centro no ponto A e raio  $\overline{PA}$   
 (B) Circunferência de centro no ponto P e raio  $\overline{PA}$   
 (C) Mediatriz do segmento de reta [PB]  
 (D) Mediatriz do segmento de reta [PA]

16.2. Admite que a amplitude do arco PD é igual a  $110^\circ$ .

Determina a amplitude, em graus, do ângulo APB. Mostra como chegaste à tua resposta.

**PROVA FINAL DE MATEMÁTICA – 2017 (1.ª Chamada)**

**Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos. (é permitido o uso de calculadora)**

1. Qual dos conjuntos seguintes é igual ao conjunto  $\left]-1; \frac{9}{4}\right] \cap \left[\sqrt{5}; 3\right[$ ?

- (A)  $\left[\sqrt{5}; 3\right[$       (B)  $\left]-1; \frac{9}{4}\right]$       (C)  $\left[\sqrt{5}; \frac{9}{4}\right]$       (D)  $\left]-1; 3\right[$

2. A resolução máxima do olho humano é 0,1 mm, isto é, o olho humano distingue dois pontos que estejam a uma distância, entre si, de pelo menos 0,1 mm; se os pontos estiverem a uma distância inferior, são vistos como um só ponto.

A resolução máxima de um certo microscópio eletrónico é 0,000004 mm.

A comparação entre o poder de resolução de dois instrumentos de observação pode ser traduzida pelo quociente entre as respetivas resoluções máximas.

Determina o quociente entre a resolução máxima do olho humano e a resolução máxima do referido microscópio eletrónico.

Apresenta o resultado em notação científica. Mostra como chegaste à tua resposta.

3. O diagrama de caule-e-folhas seguinte representa um conjunto de dados.

2	3	5	
3	1	2	2
4	4	5	
5	6		

Nas afirmações seguintes,  $\bar{x}$  representa a média e  $\tilde{x}$  representa a mediana deste conjunto de dados. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A)  $\bar{x} = 36$  e  $\tilde{x} = 40$       (B)  $\bar{x} = 36$  e  $\tilde{x} = 32$   
 (C)  $\bar{x} = 52$  e  $\tilde{x} = 32$       (D)  $\bar{x} = 52$  e  $\tilde{x} = 40$

5. Na Figura 3, estão representados o prisma reto [ABCDEFGH] de bases quadradas [ABCD] e [FGHE] e as pirâmides triangulares [AFGE] e [ASTR], cujas bases [FGE] e [STR] estão contidas em planos paralelos. Os vértices S, T e R da pirâmide [ASTR] pertencem, respetivamente, às arestas [AF], [AG] e [AE] da pirâmide [AFGE].

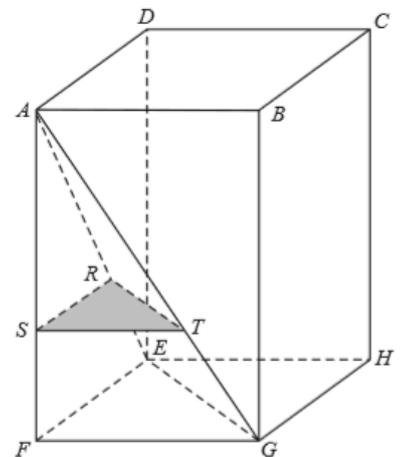


Figura 3

5.1. Identifica uma reta paralela ao plano que contém a base [FGHE] do prisma, recorrendo a letras da figura.

5.2. Considera que:

- $\overline{AS} = 6\text{cm}$ ;
- $\overline{ST} = 4\text{cm}$ ;
- $\overline{AF} = 9\text{cm}$ ;

A figura não está desenhada à escala.

5.2.1. Determina  $\overline{AT}$ .

Apresenta o valor pedido em centímetros, arredondado às décimas. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5.2.2. Determina o volume da pirâmide [AFGE].

Apresenta o valor pedido em  $\text{cm}^3$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

4. Em algumas pontes, os candeeiros de iluminação pública estão inclinados em relação ao plano do tabuleiro da ponte, para reduzir a luz projetada sobre os rios. Na ponte Vasco da Gama, os candeeiros foram instalados desse modo, conforme se pode observar na Figura 1.

Na Figura 2, apresenta-se, em esquema, um candeeiro desse tipo, instalado numa outra ponte. Este candeeiro é constituído por duas peças, representadas na figura pelos segmentos de reta [AD] e [CD].



Figura 1

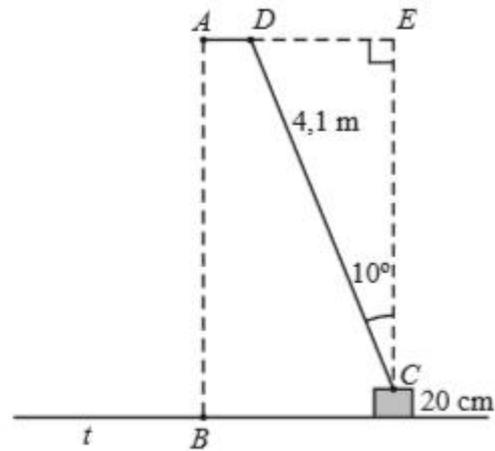


Figura 2

Relativamente ao esquema da Figura 2, sabe-se que:

- a reta  $t$  representa o tabuleiro da ponte;
- o ponto  $A$  representa a lâmpada, e o ponto  $B$  é o pé da perpendicular traçada do ponto  $A$  para a reta  $t$ ;
- o segmento de reta  $[AD]$  é perpendicular ao segmento de reta  $[AB]$ ;
- o poste do candeeiro é representado pelo segmento de reta  $[CD]$  e tem  $4,1$  m de comprimento;
- $\widehat{DCE} = 10^\circ$ , sendo a reta  $CE$  perpendicular à reta  $t$ ;
- a distância do ponto  $C$  à reta  $t$  é igual a  $20$  cm.

A figura não está desenhada à escala.

Determina  $\overline{AB}$ , ou seja, determina a distância da lâmpada do candeeiro ao tabuleiro da ponte.

Apresenta o valor pedido em metros, arredondado às décimas.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

**Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos. (não é permitido o uso de calculadora)**

6. Na escola da Eduarda e do Daniel, vão ser realizadas sessões de divulgação de cursos de Espanhol e de Alemão. Essas sessões distribuem-se de acordo com o horário seguinte.

	Sala 3	Sala 4	Sala 5
15h30 - 16h30	Espanhol	Espanhol	Espanhol
17h00 - 18h00	Alemão	Alemão	

6.1. A Eduarda pretende assistir a uma sessão de divulgação do curso de Espanhol e vai escolher, ao acaso, uma sala.

Qual é a probabilidade de a Eduarda escolher uma sala com número par?

Apresenta o resultado na forma de fração.

6.2. O Daniel pretende assistir a uma sessão de divulgação de cada um dos cursos e vai escolher, ao acaso, uma sala para assistir à sessão de Espanhol e uma sala para assistir à sessão de Alemão.

Qual é a probabilidade de o Daniel escolher salas com números diferentes?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível. Mostra como chegaste à tua resposta.

**Sugestão:** Começa por construir uma tabela de dupla entrada ou um diagrama em árvore.

7. Na Figura 4, estão representados os três primeiros termos de uma sequência de figuras constituídas por círculos geometricamente iguais. Cada termo da sequência, com exceção do primeiro, tem mais três círculos do que o termo anterior.

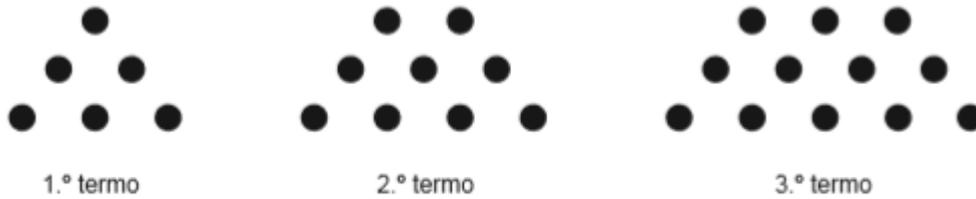


Figura 4

Quantos círculos tem o 100.º termo da sequência?  
Mostra como chegaste à tua resposta.

8. Considera a função de proporcionalidade inversa  $f$ , representada graficamente no referencial cartesiano da Figura 5. O ponto de coordenadas  $(3 ; 6)$  pertence ao gráfico da função  $f$ .

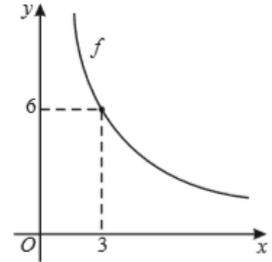


Figura 5

Qual dos seguintes números é a constante de proporcionalidade?

- (A) 2                      (B) 3                      (C) 9                      (D) 18

9. Na Figura 6, estão representados, em referencial cartesiano, uma função quadrática  $f$  e o trapézio retângulo [OABC].

Sabe-se que:

- o ponto  $O$  é a origem do referencial;
- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(4, 0)$ ;
- o ponto  $B$  é o ponto do gráfico de  $f$  que tem abcissa 2;
- o ponto  $C$  pertence ao eixo das ordenadas;
- a função  $f$  é definida por  $f(x) = 2x^2$ .

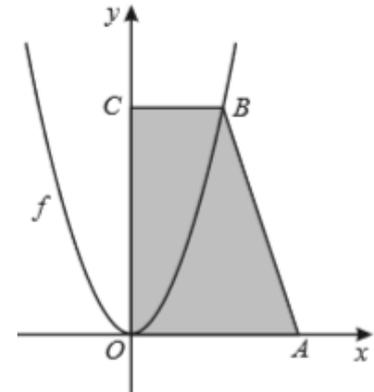


Figura 6

Determina a área do trapézio [OABC].  
Mostra como chegaste à tua resposta.

10. Resolve a equação seguinte:  $6x^2 - x - 1 = 0$ .  
Apresenta as soluções na forma de fração irredutível.  
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

11. Resolve a inequação seguinte:  $3(1 - x) > \frac{x + 5}{2}$ .

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.  
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

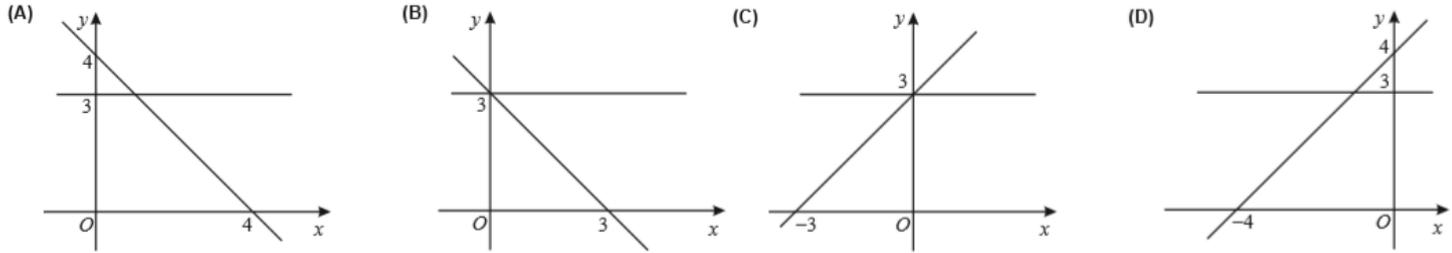
15. Qual das afirmações seguintes, relativas a quaisquer retas e planos do espaço, é falsa?

- (A) Duas retas distintas paralelas a uma terceira são paralelas entre si.  
(B) Dois planos distintos paralelos a um terceiro são paralelos entre si.  
(C) Por um ponto exterior a um plano passa um único plano paralelo ao primeiro.  
(D) Por um ponto exterior a um plano passa um único plano perpendicular ao primeiro.

13. Escreve o número  $(6^4)^2 \times 6^3 \times 2^{-11}$  na forma de uma potência de base 3.  
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

12. Considera o sistema de equações  $\begin{cases} y = 3 \\ y = -x + 4 \end{cases}$ .

Em qual dos referenciais seguintes está representado geometricamente este sistema?



14. Fatoriza o polinómio  $x^2 - 4$ .

16. Na Figura 7, está representado um triângulo [ABC], inscrito numa circunferência.

Sabe-se que:

- $\hat{BAC} = 40^\circ$  ;
- a amplitude do arco AB é  $120^\circ$  ;
- o ponto C pertence ao arco maior AB .

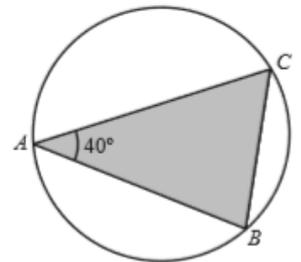


Figura 7

A figura não está desenhada à escala.

Determina a amplitude, em graus, do ângulo ABC. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

17. Na Figura 8, está representado o hexágono regular [PQRSTU].

Qual dos pontos seguintes é a imagem do ponto P pela translação de vetor  $\overrightarrow{QS}$  ?

- (A) Ponto P    (B) Ponto Q    (C) Ponto S    (D) Ponto T

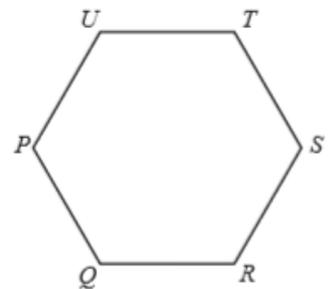


Figura 8

18. Considera a afirmação seguinte: Dados quaisquer dois números reais **a** e **b**, se  $a < b$  então  $a^2 > b^2$ .

Apresenta um valor para **a** e um valor para **b** que permitam mostrar que esta afirmação é **falsa**.

## PROVA FINAL DE MATEMÁTICA – 2017 (2.ª Chamada)

**Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos. (é permitido o uso de calculadora)**

1. O histograma da Figura 1 representa a distribuição da massa corporal de um grupo de alunos. A frequência relativa da classe  $[40 ; 45[$  está representada, em percentagem, por **k**.

Seleciona-se, ao acaso, um dos alunos do grupo.

Qual é a probabilidade de a sua massa corporal ser inferior a 45 kg?

- (A) 6%            (B) 7%            (C) 8%            (D) 9%

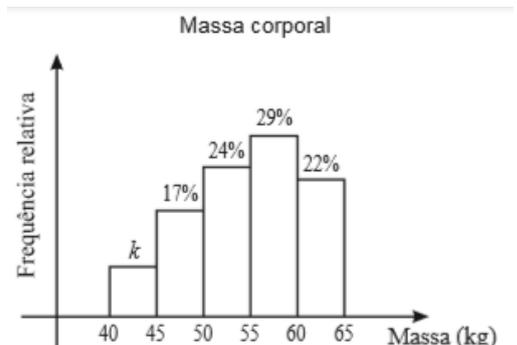


Figura 1

2. Na Figura 2, está representada a reta real. Nesta reta, estão assinalados os pontos P, Q, R, S, T, U e V. A distância entre cada dois pontos consecutivos é uma unidade. A abscissa do ponto Q é  $a$ , sendo  $a$  um número real.

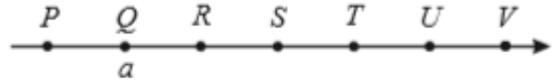


Figura 2

Identifica o segmento de reta de comprimento igual a 1 ao qual pertence o ponto de abscissa  $a + 3\sqrt{2}$ , recorrendo a letras da figura.

3. Considera que:

- a distância média da Terra ao Sol é igual a 149,6 milhões de quilómetros;
- a distância média de Neptuno ao Sol é 30 vezes a distância média da Terra ao Sol.

Determina a distância média de Neptuno ao Sol.

Apresenta o resultado em quilómetros, escrito em notação científica.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

4. Os catetos de um triângulo retângulo medem 48 cm e 62 cm.

Determina o comprimento da hipotenusa desse triângulo.

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às centésimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5. Na Figura 3, apresenta-se o esquema de uma estrutura de três pisos onde serão montadas duas escadas rolantes, uma entre o rés do chão e o 1.º andar e outra entre o 1.º andar e o 2.º andar.

Sabe-se que:

- $\overline{AD} = 23m$
- $\overline{BC} = 12m$
- $\overline{AB} = \overline{CD}$
- $\widehat{BAH} = \widehat{EGF} = 30^\circ$

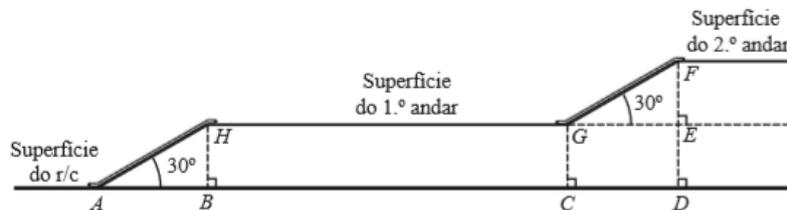


Figura 3

A figura não está desenhada à escala.

Determina  $\overline{DF}$ , ou seja, determina a distância da superfície do rés do chão à superfície do 2.º andar.

Apresenta o valor pedido em metros, arredondado às centésimas. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

6. Na Figura 4, estão representados o cubo [ABCDEFGH] e a pirâmide [ABCDV].

Sabe-se que:

- o vértice V da pirâmide coincide com o centro do cubo;
- o volume do cubo é igual a  $729 \text{ cm}^3$ .

6.1. Em qual das opções seguintes está designada uma reta secante e não perpendicular ao plano que contém a face [ABCD]?

- (A) AH      (B) AD      (C) EH      (D) ED

6.2. Determina o volume da pirâmide [ABCDV].

Apresenta o valor pedido em  $\text{cm}^3$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

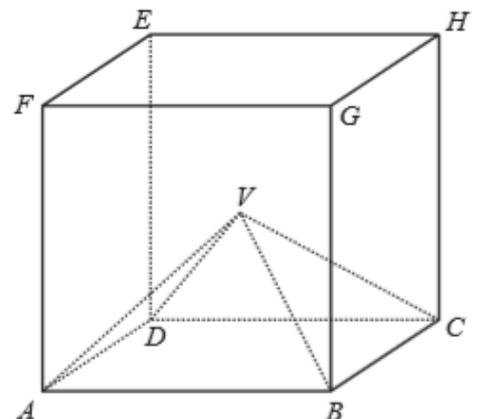


Figura 4

**Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos. (não é permitido o uso de calculadora)**

7. Um grupo de quatro alunos, constituído por duas raparigas e dois rapazes, realizou um trabalho na disciplina de Matemática. A professora vai sortear dois dos elementos do grupo para fazerem a apresentação do trabalho à turma.

Qual é a probabilidade de o par escolhido ser constituído por uma rapariga e um rapaz?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível. Mostra como chegaste à tua resposta.

8. O diagrama de extremos e quartis da Figura 5 representa um determinado conjunto de dados.

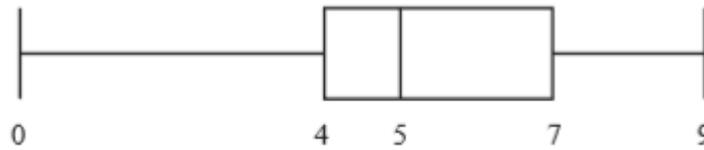


Figura 5

Qual é a amplitude interquartis deste conjunto de dados?

9. Considera o conjunto  $X = [-2; 1[ \cap Z$ . ( $Z$  é o conjunto dos números inteiros relativos)

Qual dos conjuntos seguintes é igual a  $X$  ?

- (A)  $\{-2; -1\}$       (B)  $\{-2; -1; 0\}$       (C)  $\{-1; 0; 1\}$       (D)  $\{-2; -1; 0; 1\}$

10. Na Figura 6, estão representados, em referencial cartesiano, uma função quadrática  $f$  e o triângulo isósceles  $[OAB]$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $O$  é a origem do referencial;
- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(4; 0)$ ;
- o ponto  $B$  é um ponto do gráfico de  $f$ ;
- $\overline{OB} = \overline{AB}$ ;
- a função  $f$  é definida por  $f(x) = 4x^2$ .

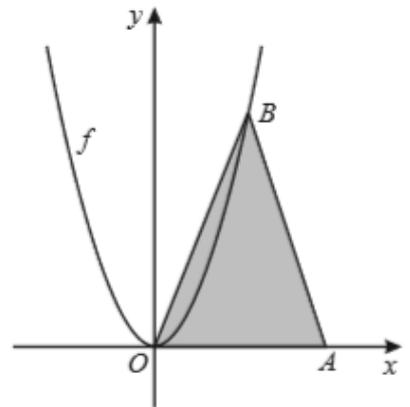
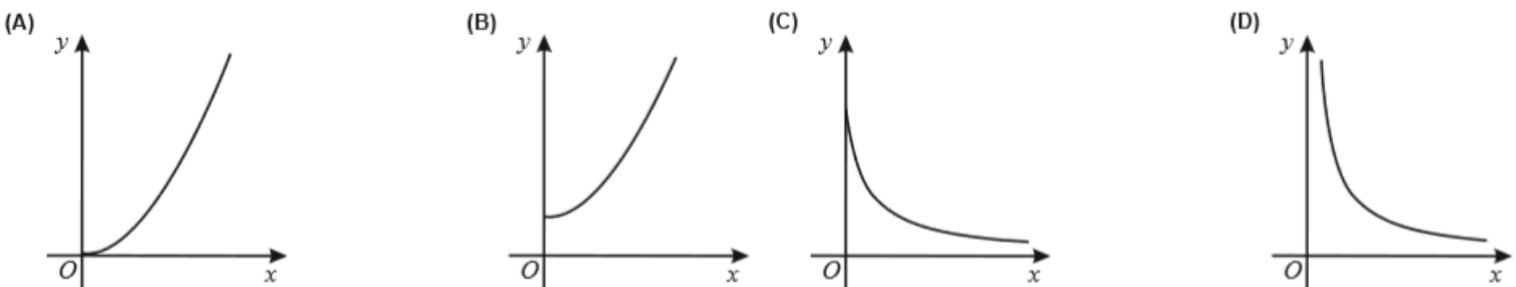


Figura 6

Determina a área do triângulo  $[OAB]$ .

Mostra como chegaste à tua resposta.

11. Em qual das opções seguintes pode estar representada graficamente uma função de proporcionalidade inversa?



12. Na tabela seguinte, apresentam-se os quatro primeiros termos de uma sucessão.

1.º termo	2.º termo	3.º termo	4.º termo
-2	4	-8	16

O termo geral dessa sucessão é dado por  $b^n$ , sendo  $b$  um número real. Qual é o valor de  $b$ ?

13. Resolva a equação seguinte:  $10x^2 - 3x - 1 = 0$ .

Apresenta as soluções na forma de fração irredutível. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

14. Resolva a inequação seguinte:  $\frac{x+3}{5} > 2(x-1)$ .

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. Considera o sistema de equações  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - y = 0 \end{cases}$ .

Qual dos seguintes pares ordenados  $(x ; y)$  é solução deste sistema?

(A) (-1 ; 2)

(B) (1 ; 1)

(C) (0 ; 0)

(D) (2 ; -1)

16. Escreve o número  $(12^3)^2 \times 12^3 \times 3^{-9}$  na forma de uma potência de base 4.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

17. Considera um retângulo cujos lados medem  $x$  e  $x+3$ , com  $x > 0$ .

Escreve um polinómio que represente a área desse retângulo.

Apresenta o polinómio numa forma reduzida. Mostra como chegaste à tua resposta.

18. Na Figura 7, estão representados dois triângulos, [ABC] e [ABD], inscritos numa circunferência.

Sabe-se que:

- o triângulo [ABD] é isósceles, sendo  $\overline{AD} = \overline{BD}$ ;
- a amplitude do arco AB é  $60^\circ$ ;
- o ponto C pertence ao arco BD;
- $\widehat{CBD} = 20^\circ$

A figura não está desenhada à escala.

Determina a amplitude, em graus, do ângulo ABC.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

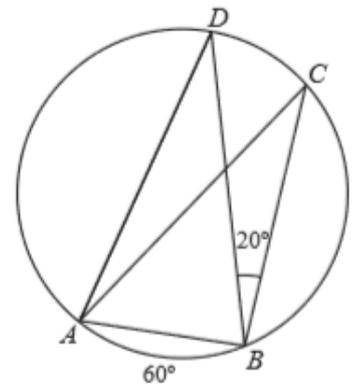


Figura 7

19. Na Figura 8, está representado o hexágono regular [ABCDEF].

Qual dos pontos seguintes é a imagem do ponto F pela reflexão deslizante de eixo EB e vetor  $\overrightarrow{FA}$ ?

(A) Ponto A

(B) Ponto B

(C) Ponto C

(D) Ponto D

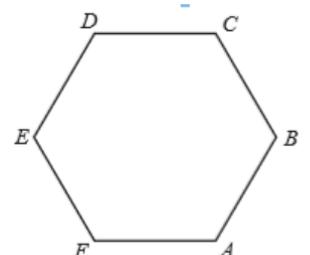


Figura 8

20. Na Figura 9, está representado o cubo [ABCDEFGH].  
 Considera a afirmação seguinte. «Quaisquer dois planos perpendiculares ao plano que contém a face [ABCD] do cubo são perpendiculares entre si.»  
 Identifica, recorrendo a letras da figura, dois planos que permitam mostrar que esta afirmação é **falsa**.

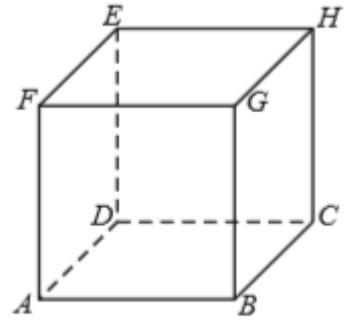


Figura 9

**PROVA FINAL DE MATEMÁTICA – 2017**  
**(Época especial)**

**Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos. (é permitido o uso de calculadora)**

1. Qual dos seguintes números é uma aproximação de  $3\pi$  com erro inferior a 0,01?

- (A) 9,40                      (B) 9,41                      (C) 9,43                      (D) 9,44

2. Admite que a idade do Universo é 14 000 milhões de anos e que a vida na Terra surgiu há 3 600 milhões de anos.

Quanto tempo depois da formação do Universo é que surgiu a vida na Terra?

Apresenta o resultado em anos, escrito em notação científica. Mostra como chegaste à tua resposta.

3. A Figura 1 representa um reservatório constituído por um cilindro de altura  $\overline{AB}$  e por uma semiesfera assente na base superior do cilindro.

As bases do cilindro e a semiesfera têm diâmetro  $\overline{BC}$ .

O reservatório contém  $50 \text{ m}^3$  de água.

Sabe-se que:

- $\overline{PB}$  designa a altura que a água atinge no reservatório;
- $\overline{AP} = 1,5\text{m}$ ;
- $\overline{BC} = 4,4\text{m}$ .

A figura não está desenhada à escala.

Determina a altura,  $a$ , do reservatório.

Apresenta o valor pedido em metros, arredondado às unidades. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

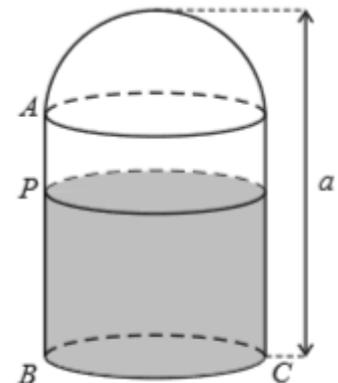


Figura 1

5. Na Figura 3, está representado o triângulo [ABC], retângulo em C.

Sabe-se que:

- $[\overline{CD}]$  é a altura do triângulo [ABC] relativa ao lado [AB];
- $\overline{AD} = 1\text{cm}$ ;
- $\overline{CD} = \sqrt{8}\text{cm}$ .

A figura não está desenhada à escala.

5.1. Determina  $\overline{AC}$ .

Apresenta o valor pedido em centímetros.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

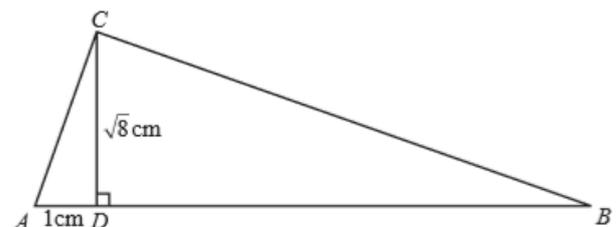


Figura 3

5.2. Determina a área do triângulo [DBC].

Apresenta o valor pedido em  $\text{cm}^2$ , arredondado às centésimas. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

4. Na Figura 2, está representado um esquema de um baloiço num instante em que a cadeira do baloiço se encontra na posição assinalada com o ponto M. No esquema, o segmento de reta [OM] representa o cabo do baloiço e a reta s representa o solo.

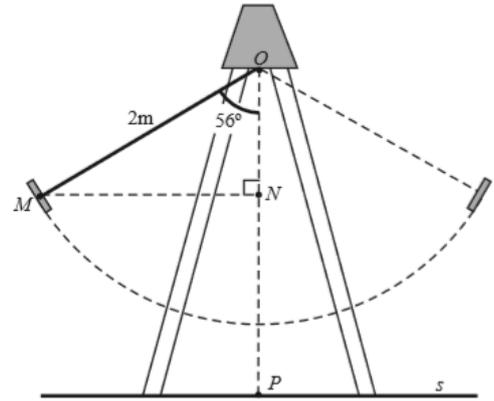


Figura 2

Sabe-se que:

- o ponto P é o pé da perpendicular traçada do ponto O para a reta s ;
- o ponto N é o pé da perpendicular traçada do ponto M para a reta OP ;
- $\widehat{M\hat{O}N} = 56^\circ$  ;
- $\overline{OM} = 2m$  ;
- $\overline{OP} = 2,5m$  .

A figura não está desenhada à escala.

Determina  $\overline{NP}$ , ou seja, determina a distância da cadeira ao solo quando esta se encontra no ponto M.

Apresenta o valor pedido em metros, arredondado às centésimas. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

**Sugestão:** começa por determinar  $\overline{ON}$ .

5. Na Figura 3, está representado o triângulo [ABC], retângulo em C.

Sabe-se que:

- [CD] é a altura do triângulo [ABC] relativa ao lado [AB];
- $\overline{AD} = 1cm$  ;
- $\overline{CD} = \sqrt{8}cm$  .

A figura não está desenhada à escala.

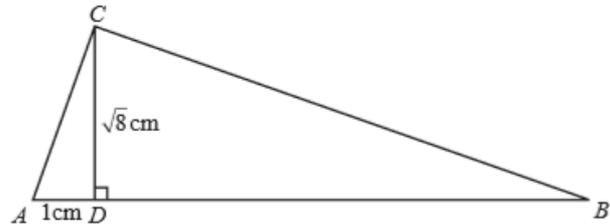


Figura 3

5.1. Determina  $\overline{AC}$ .

Apresenta o valor pedido em centímetros.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5.2. Determina a área do triângulo [DBC].

Apresenta o valor pedido em  $cm^2$ , arredondado às centésimas. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

**Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos. (não é permitido o uso de calculadora)**

6. A turma da Ana tem 29 alunos, distribuídos, por género e por idade, de acordo com a tabela seguinte.

	15 anos	16 anos	17 anos
Raparigas	8	5	3
Rapazes	3	8	2

6.1. Um bilhete para uma peça de teatro vai ser sorteado entre todos os alunos desta turma.

Qual é a probabilidade de o aluno contemplado com o bilhete de teatro ser um rapaz?

Apresenta a probabilidade pedida na forma de fração.

6.2. Qual é a mediana do conjunto dos dados relativos às idades das raparigas da turma da Ana?

(A) 15 anos

(B) 15,5 anos

(C) 16,5 anos

(D) 17 anos

7. Na Figura 4, estão representadas duas circunferências,  $c_1$  e  $c_2$ , e os pontos A, B e C, tais que:

- o ponto A pertence à circunferência  $c_1$ ;
- o ponto B pertence à circunferência  $c_2$ ;
- o ponto C pertence às circunferências  $c_1$  e  $c_2$ .

A Diana vai escolher, ao acaso, um dos três pontos, e o Eduardo também vai escolher, ao acaso, um dos três pontos.

Qual é a probabilidade de os pontos escolhidos pertencerem à mesma circunferência?

Apresenta a probabilidade pedida na forma de fração. Mostra como chegaste à tua resposta.

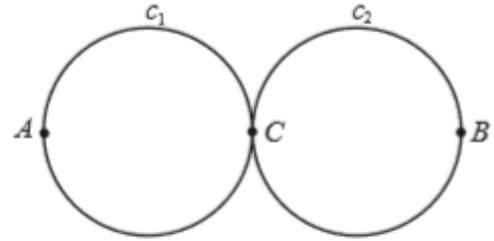


Figura 4

8. Seja  $n$  um número natural e seja  $A = [-n; n] \cap \mathbb{Z}$ . ( $\mathbb{Z}$  é o conjunto dos números inteiros relativos).

Sabe-se que o conjunto A é constituído por sete elementos. Qual é o valor de  $n$ ?

9. Seja  $f$  uma função de proporcionalidade inversa.

Sabe-se que  $f(3) = 9$ .

Em qual das opções se apresenta uma expressão que define a função  $f$  ?

(A)  $f(x) = 3x$

(B)  $f(x) = 27x$

(C)  $f(x) = \frac{3}{x}$

(D)  $f(x) = \frac{27}{x}$

10. Na Figura 5, estão representados, em referencial cartesiano, a função quadrática  $f$  e o triângulo [AOB].

O triângulo [AOB] está decomposto numa região sombreada e noutra não sombreada.

Sabe-se que:

- o ponto O é a origem do referencial;
- o ponto A tem coordenadas (10 ; 0) ;
- o ponto B é o ponto do gráfico de  $f$  que tem abcissa 10;
- a função  $f$  é definida por  $f(x) = 3x^2$ ;
- a área da região sombreada do triângulo é 1000.

Determina a área da região **não sombreada** do triângulo [AOB].

Mostra como chegaste à tua resposta.

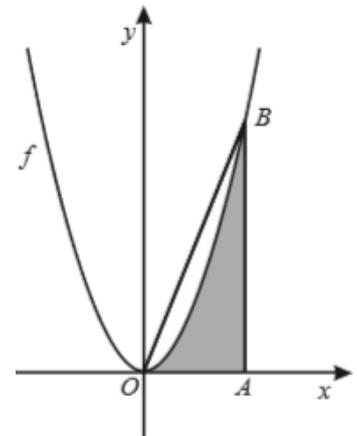


Figura 5

11. Resolve a equação seguinte:  $2x^2 + 5x - 3 = 0$ .

Apresenta as soluções na forma de fração irredutível.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

12. Resolve a inequação seguinte:  $\frac{2(x-3)}{3} \leq \frac{x}{2} + \frac{2}{3}$ .

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

14. Escreve o número  $(10^4)^3 \times 10^2 \times 5^{-14}$  na forma de uma potência de base 2.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

13. Considera o sistema de equações seguinte, nas variáveis  $x$  e  $y$ .

$$\begin{cases} ax + y = 3 \\ 2x + by = 5 \end{cases} \quad (a; b) \in R$$

Quais são os valores de  $a$  e  $b$  para os quais o par  $(x; y)$ , com  $x = 1$  e  $y = 1$ , é solução deste sistema?

- (A)  $a = 2$  e  $b = 2$       (B)  $a = 2$  e  $b = 3$       (C)  $a = 1$  e  $b = 3$       (D)  $a = 1$  e  $b = 1$

15. Considera o prisma hexagonal regular [ABCDEFGHijkl] representado na Figura 6.

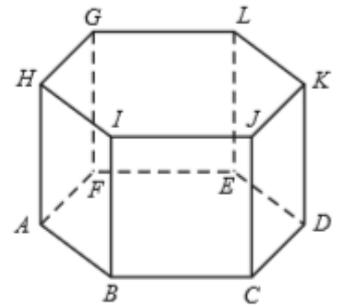


Figura 6

15.1. Relativamente às retas  $JC$  e  $ED$ , qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) As retas não são coplanares.  
 (B) As retas são paralelas.  
 (C) As retas são concorrentes perpendiculares.  
 (D) As retas são concorrentes não perpendiculares.

15.2. Sabe-se que:

- as arestas do prisma são todas geometricamente iguais;
- $\overline{BC} = x - 3$ , para um certo valor de  $x$  maior do que 3.

Qual das expressões seguintes representa a área de uma face lateral do prisma?

- (A)  $x^2 + 6x + 9$       (B)  $x^2 + 9$       (C)  $x^2 - 6x + 9$       (D)  $x^2 - 9$

16. Na Figura 7, estão representados a circunferência de centro no ponto  $O$  e diâmetro  $[CD]$  e o trapézio isósceles  $[ABCD]$ , inscrito na circunferência.

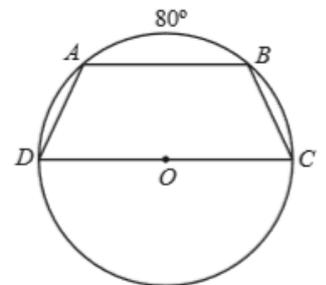


Figura 7

Sabe-se que a amplitude do arco  $AB$  é  $80^\circ$ .

Determina a amplitude, em graus, do ângulo  $DAB$ .  
 Apresenta todos os cálculos que efetuares.

17. Na Figura 8, está representado um esquema de parte de um pavimento que pode ser encontrado numa cidade portuguesa. Os polígonos que constituem o esquema são geometricamente iguais.

Os pontos  $A, B, C, D, E$  e  $F$ , assinalados na figura, são vértices desses polígonos, e a reta  $r$  é a mediatriz dos segmentos de reta  $[AD]$ ,  $[BE]$  e  $[CF]$ .

Um dos pontos assinalados é a imagem do ponto  $D$  pela reflexão deslizante de eixo  $r$  e vetor  $\overrightarrow{EF}$ .

Identifica esse ponto.

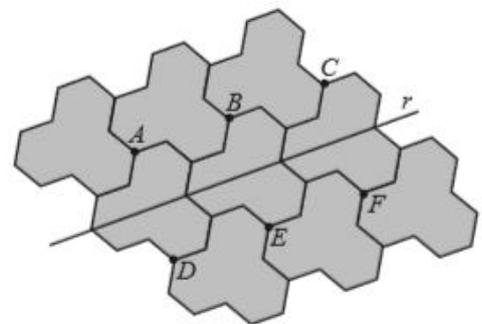


Figura 8

18. Na Figura 9, estão representados os quatro primeiros termos de uma sucessão de sólidos compostos por cubos geometricamente iguais, que segue a lei de formação sugerida.

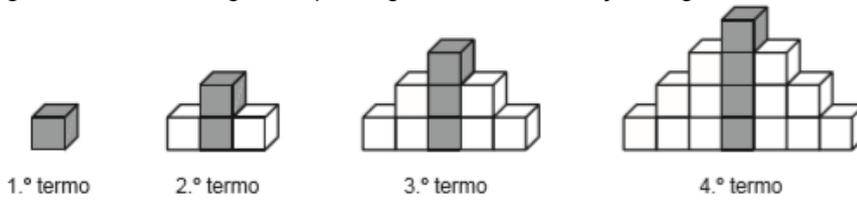


Figura 9

Sabe-se que:

- o número total de cubos (cinzentos e brancos) do termo de ordem  $n$  da sucessão é dado pela expressão  $n^2$ ;
- cada termo da sucessão, com exceção do primeiro, tem mais um cubo cinzento do que o termo anterior.

Escreve uma expressão que represente o número de cubos brancos do termo de ordem  $n$  da sucessão.

## PROVA FINAL DE MATEMÁTICA – 2018 (1.ª Chamada)

**Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos. (é permitido o uso de calculadora)**

1. A tabela seguinte apresenta o número de veículos totalmente elétricos vendidos em Portugal, de 2010 a 2015.

Ano	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Número de veículos totalmente elétricos vendidos em Portugal	18	203	85	166	189	645

Qual é a mediana deste conjunto de dados?

- (A) 177,5                      (B) 166                      (C) 125,5                      (D) 85

2. Seja  $r$  o erro cometido quando se toma 3 como aproximação de  $\sqrt{7}$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A)  $0,1 < r < 0,2$       (B)  $0,2 < r < 0,3$       (C)  $0,3 < r < 0,4$       (D)  $0,4 < r < 0,5$

3. Segundo um estudo, em 2016, foram vendidos 87 milhões de veículos novos em todo o mundo. De todos os veículos novos vendidos nesse ano, 99% eram veículos não elétricos. Determina o número de veículos novos não elétricos que, em 2016, foram vendidos no mundo. Apresenta o resultado em notação científica. Mostra como chegaste à tua resposta.

6. Seja  $n$  o menor número natural tal que  $]-\infty; \sqrt{n}[ \cup ]41; +\infty[ = R$ , sendo  $R$  o conjunto dos números reais. Qual é o valor de  $n$ ?

4. Algumas camas são articuladas, ou seja, têm uma secção que pode ser inclinada. No esquema da Figura 2, está representada a vista lateral de uma cama articulada, com o topo encostado a uma das paredes de um quarto. Nesse esquema, o trapézio [ABCD] representa a secção inclinada da cama e o retângulo [FGHI] representa a base da cama.



Figura 1 – Cama articulada com uma secção inclinada

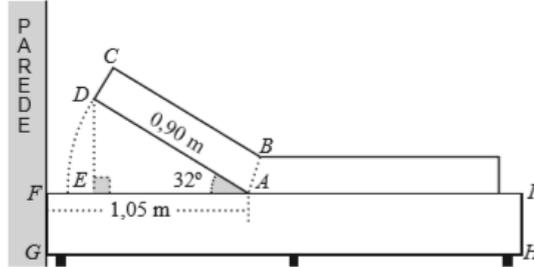


Figura 2

Relativamente ao esquema, que não está à escala, sabe-se que:

- os pontos A e E pertencem ao segmento de reta [FI];
- o triângulo [ADE] é retângulo no vértice E;
- $\overline{AD} = 0,90\text{m}$  e  $\overline{AF} = 1,05\text{m}$
- $\widehat{DAE} = 32^\circ$

Determina a distância do vértice D à parede do quarto, na posição representada no esquema da Figura 2.

Apresenta o resultado em metros, arredondado às centésimas. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

**Sugestão:** Começa por determinar  $\overline{AE}$ .

5. Na Figura 3, está representado o prisma reto [STUVWXYZ], que é o esquema da secção inclinada de uma cama articulada. As bases do prisma são trapézios.

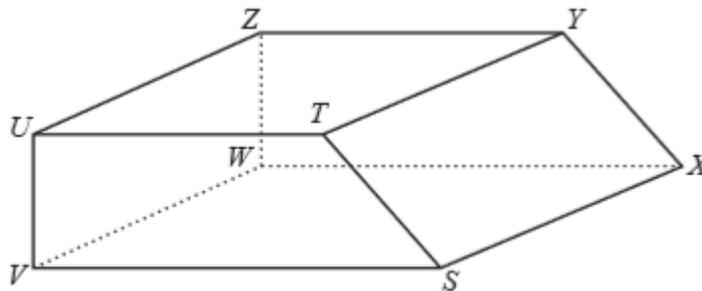


Figura 3

Relativamente ao prisma, sabe-se que:

- [STUV] é um trapézio de bases [VS] e [UT], retângulo no vértice V;
- [SXWV] é um quadrado cujos lados têm 15 cm de comprimento;
- $\overline{UV} = 7\text{cm}$ .

5.1. Identifica, usando letras da Figura 3, a reta de intersecção do plano que contém a face [SXWV] com o plano que contém a face [SXYT].

5.2. Determina  $\overline{US}$ .

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às décimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5.3. Admite que o volume do prisma [STUVWXYZ] é  $1250\text{ cm}^3$ .

Determina  $\overline{UT}$ .

Apresenta o valor pedido em centímetros, arredondado às décimas. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

**Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos. (não é permitido o uso de calculadora)**

7. Na aula de Educação Física, a professora dividiu os alunos da turma do Daniel em seis grupos.

7.1. Para praticar atletismo, a professora vai sortear, ao acaso, um desses grupos.

Qual é a probabilidade de o grupo do Daniel ser selecionado?

Apresenta o resultado na forma de fração.

7.2. Depois do sorteio, sobraram cinco grupos, que foram numerados de 1 a 5. A professora vai sortear, ao acaso, dois destes cinco grupos para jogarem futebol.

Qual é a probabilidade de o grupo com o número 1 ser um dos grupos selecionados?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível. Mostra como chegaste à tua resposta.

**Sugestão:** Começa por construir uma tabela de dupla entrada ou um diagrama em árvore.

10. Qual dos seguintes polinómios é equivalente à expressão  $(x - 4)^2$  ?

(A)  $x^2 - 8x + 16$

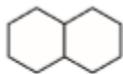
(B)  $x^2 - 16$

(C)  $x^2 + 8x + 16$

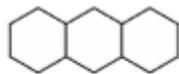
(D)  $x^2 + 16$

8. Representam-se a seguir os quatro primeiros termos de uma sucessão de figuras constituídas por hexágonos regulares geometricamente iguais. Com exceção do primeiro, cada termo da sucessão tem mais um hexágono do que o termo anterior.

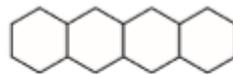
Em cada termo da sucessão, dois hexágonos adjacentes têm um lado comum.



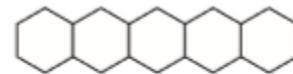
1.º termo



2.º termo



3.º termo



4.º termo

Qual das seguintes expressões dá o número total de segmentos de reta do termo de ordem  $n$  da sucessão?

(A)  $5n$

(B)  $6n$

(C)  $5n + 6$

(D)  $6n + 5$

9. No referencial ortogonal e monométrico, de origem no ponto  $O$ , da Figura 4, está representada a reta  $r$ .

Os pontos de coordenadas  $(-4 ; 6)$  e  $(2 ; 3)$  pertencem à reta  $r$ .

Determina uma equação da reta  $r$ .

Apresenta a equação na forma  $y = ax + b$ , em que  $a$  e  $b$  são números reais.

Mostra como chegaste à tua resposta.

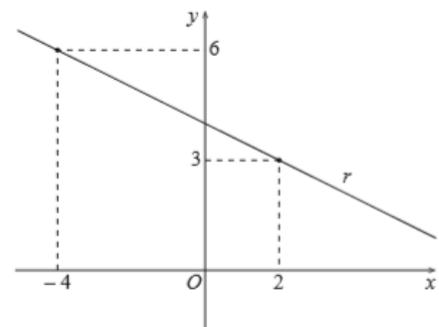


Figura 4

11. Resolve a equação seguinte:  $15x^2 - 2x - 1 = 0$ .

Apresenta as soluções na forma de fração irredutível.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

12. Resolve a inequação seguinte:  $\frac{2(1-x)}{3} < \frac{1}{2}x + 2$ .

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

14. Escreve o número  $\frac{(4^5)^2}{4^{15}} \times 2^{-5}$  na forma de uma potência de base  $\frac{1}{8}$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

13. No referencial cartesiano, de origem no ponto O, da Figura 5, estão representadas a função quadrática  $f$  e a função de proporcionalidade inversa  $g$ .

Sabe-se que:

- a função  $f$  é definida por  $f(x) = \frac{4}{3}x^2$ ;
- a função  $g$  é dada por uma expressão da forma  $g(x) = \frac{a}{x}$ , com  $a > 0$  e  $x > 0$ ;
- os gráficos das funções  $f$  e  $g$  intersectam-se no ponto  $P$ , de abcissa 3.

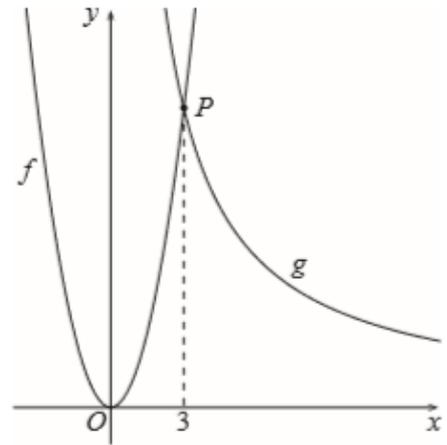


Figura 5

Determina o valor de  $a$ . Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. Numa visita de estudo a um parque natural, participaram alunos do 2.º e 3.º ciclos de uma escola. O número de alunos do 2.º ciclo foi o triplo do número de alunos do 3.º ciclo. Cada aluno do 2.º ciclo pagou um bilhete de 9 euros, e cada aluno do 3.º ciclo pagou um bilhete de 12 euros, tendo os bilhetes custado 507 euros no total.

Sejam  $x$  o número de alunos do 2.º ciclo e  $y$  o número de alunos do 3.º ciclo que participaram na visita de estudo.

Escreve um sistema de equações, com incógnitas  $x$  e  $y$ , que permita determinar o número de alunos do 2.º ciclo e o número de alunos do 3.º ciclo que participaram na visita de estudo.

**Não resolves o sistema.**

16. Na Figura 6, está representado o hexágono regular  $[ABCDEF]$ .

Qual dos seguintes vetores é igual ao vetor soma  $\vec{AB} + \vec{FE}$ ?

- (A)  $\vec{CA}$       (B)  $\vec{DA}$       (C)  $\vec{AD}$       (D)  $\vec{AC}$

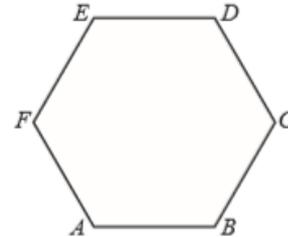


Figura 6

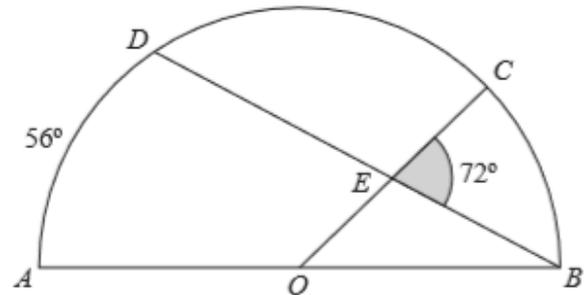
17. Na Figura 7, está representada uma semicircunferência de diâmetro  $[AB]$  e centro no ponto  $O$ .

Sabe-se que:

- os pontos  $C$  e  $D$  pertencem à semicircunferência;
- a amplitude do arco  $AD$  é  $56^\circ$ ;
- os segmentos de reta  $[BD]$  e  $[OC]$  intersectam-se no ponto  $E$ ;
- $\hat{BEC} = 72^\circ$ .

Determina, em graus,  $\hat{BOE}$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.



18. Na Figura 8, estão representadas as retas concorrentes  $AD$  e  $BC$  e as retas paralelas  $AB$  e  $CD$ .

Sabe-se que:

- as retas  $AD$  e  $BC$  se intersectam no ponto  $I$ ;
- os triângulos  $[ABI]$  e  $[CDI]$  são escalenos e não são geometricamente iguais.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- A   $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{IB}}{\overline{ID}}$       B   $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{ID}}{\overline{IA}}$
- C   $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{IA}}{\overline{ID}}$       D   $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{ID}}{\overline{IB}}$

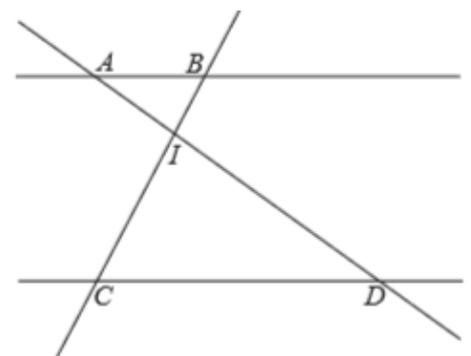


Figura 8

## PROVA FINAL DE MATEMÁTICA – 2018 (2.ª Chamada)

**Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos. (é permitido o uso de calculadora)**

1. Na tabela seguinte, apresentam-se as alturas de sete das torres mais altas do mundo.

Torres	Altura (metros)
Torre Tokyo Skytree (Japão)	634
Torre de Cantão (China)	604
Torre CN (Canadá)	553
Torre Ostankino (Rússia)	540
Torre Pérola Oriental (China)	468
Torre Milad (Irão)	435
Torre KL (Malásia)	421

Qual é a amplitude interquartis, em metros, deste conjunto de dados?

- (A) 169      (B) 213      (C) 435      (D) 604

2. Considera os conjuntos  $A = ]-\infty; \sqrt{10}[$  e  $B = [\pi; 5]$ .

Escreve o conjunto  $A \cap B$  na forma de um intervalo de números reais.

4. As casas típicas de Santana, localidade da costa norte da ilha da Madeira, parecem prismas triangulares. Na Figura 2, representa-se, em esquema, a fachada principal de uma dessas casas. No esquema, os segmentos de reta [AC] e [BC] representam o telhado da casa.



Figura 1 – Casa típica de Santana

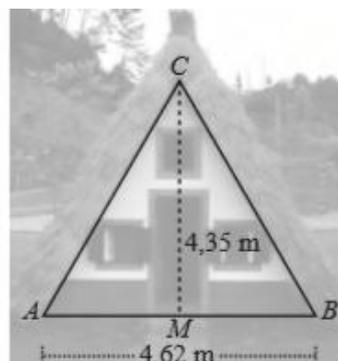


Figura 2

Relativamente ao esquema, sabe-se que:

- o triângulo [ABC] é isósceles, com  $\overline{AC} = \overline{BC}$ ;
- M é o ponto médio do segmento de reta [AB];
- $\overline{AB} = 4,62m$  e  $\overline{CM} = 4,35m$ .

Determina, em graus,  $\widehat{ACB}$ .

Apresenta o resultado arredondado às unidades. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

**Sugestão:** Começa por determinar  $\widehat{ACM}$ .

3. Na construção de um arranha-céus, foram utilizadas 10,5 mil toneladas de aço e, na construção de outro arranha-céus, utilizou-se o dobro dessa quantidade. Determina a quantidade total de aço, em toneladas, que foi utilizada na construção dos dois arranha-céus. Apresenta o resultado em notação científica. Mostra como chegaste à tua resposta.

6. Sejam  $a$  e  $b$  números reais positivos tais que  $a > b$ .

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A)  $1 - a > 1 - b$

(B)  $1 - a < 1 - b$

(C)  $\frac{a+b}{2} < b$

(D)  $\frac{a+b}{2} > a$

5. A Casa das Histórias Paula Rego é um museu de arte localizado em Cascais.



Figura 3 – Casa das Histórias Paula Rego

Na Figura 4, representa-se, em esquema, uma das partes desse edifício. No esquema, estão representados o prisma reto de bases quadradas [ABCDEFGH] e o tronco de pirâmide [EFGHIJKL], da pirâmide reta de base quadrada [EFGHV].

As faces [EFGH] e [IJKL], do tronco de pirâmide, são paralelas.

Relativamente ao esquema, admite que:

- $\overline{BC} = 9\text{cm}$ ,  $\overline{CH} = 6\text{cm}$  e  $\overline{KL} = 3\text{cm}$ .
- a altura da pirâmide [EFGHV] é 24 cm;
- a distância entre os planos EFG e JKL é 16 cm.

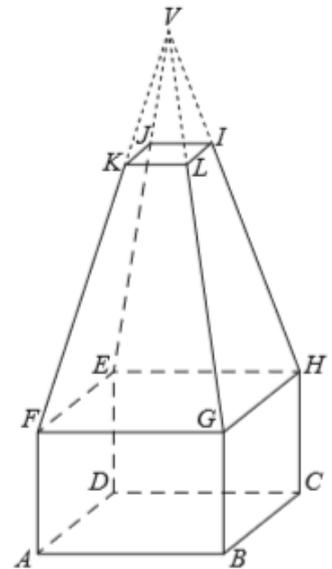


Figura 4

5.1. Qual das seguintes retas é perpendicular ao plano que contém a face [IJKL]?

(A) BC

(B) CH

(C) HI

(D) IL

5.2. Determina  $\overline{BH}$ .

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às décimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5.3. Determina o volume do tronco de pirâmide [EFGHIJKL].

Apresenta o resultado em  $\text{cm}^3$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

**Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos. (não é permitido o uso de calculadora)**

12. Resolve a inequação seguinte:  $\frac{1}{4}(3 - x) - 2 < \frac{1}{3}x$ .

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

7. A Carolina colocou numa caixa os sete cartões representados na Figura 5, todos indistinguíveis ao tato.

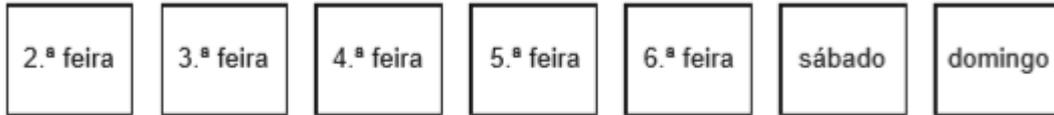


Figura 5

7.1. A Carolina vai extrair, ao acaso, um dos cartões. Qual é a probabilidade de extrair o cartão com a palavra «sábado»?

Apresenta o resultado na forma de fração.

7.2. A Carolina pretende visitar, em dias da semana distintos, o Oceanário e o Planetário. Para selecionar esses dias, vai extrair, ao acaso e em simultâneo, dois dos sete cartões que estão na caixa.

Qual é a probabilidade de os cartões extraídos não conterem a palavra «sábado» nem a palavra «domingo»?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

**Sugestão:** Começa por construir uma tabela de dupla entrada ou um diagrama em árvore.

8. Numa estação de tratamento de água, um aparelho foi inicialmente programado para recolher 12 amostras de água por dia.

Supõe que, após o primeiro dia completo de funcionamento, o aparelho foi reprogramado e passou a recolher apenas 6 amostras diárias.

Seja  $n$  o número de dias completos em que o aparelho esteve a funcionar.

Qual das seguintes expressões representa o número total de amostras de água recolhidas pelo aparelho?

- (A)  $6n$       (B)  $12n$       (C)  $6(n - 1)$       (D)  $12 + 6(n - 1)$

9. No referencial ortogonal e monométrico, de origem no ponto  $O$ , da Figura 6, estão representadas as retas paralelas  $r$  e  $s$ .

A reta  $r$  passa no ponto  $O$  e no ponto de coordenadas  $(4; -1)$ .

A reta  $s$  passa no ponto de coordenadas  $(8; -5)$ .

Determina uma equação da reta  $s$ .

Apresenta a equação na forma  $y = ax + b$ , em que  $a$  e  $b$  são números reais.

Mostra como chegaste à tua resposta.

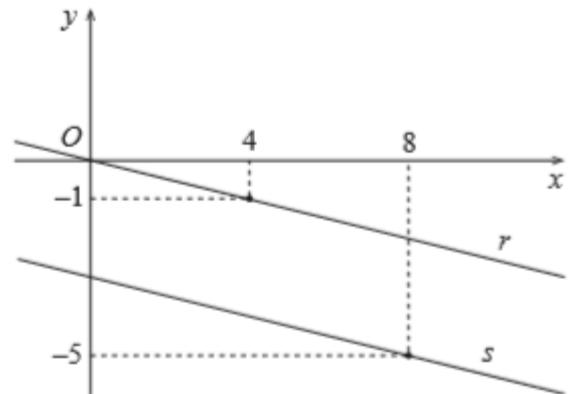


Figura 6

11. Resolve a equação seguinte:  $24x^2 + 2x - 1 = 0$ .

Apresenta as soluções na forma de fração irredutível.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

10. Na Figura 7, está representado o pentágono convexo [ABCDE].

Para cada  $x > 0$ , admite que:

- [ABCE] é um quadrado de lado  $x$  cm;
- [CDE] é um triângulo de altura 4 cm em relação ao lado [EC].

Qual das seguintes expressões representa a área, em  $\text{cm}^2$ , do pentágono [ABCDE]?

- (A)  $x(x + 2)$       (B)  $x^2 + 4$       (C)  $x(x + 4)$       (D)  $x^2 + 2$

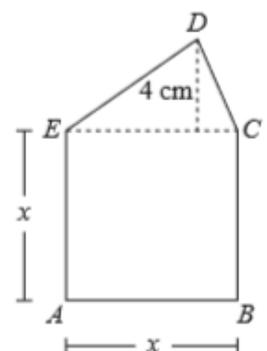


Figura 7

13. No referencial cartesiano, de origem no ponto O, da Figura 8, estão representadas a função quadrática f e a função de proporcionalidade inversa g.

Sabe-se que:

- a função f é dada por uma expressão da forma  $f(x) = ax^2$ , com  $a \neq 0$ ;
- a função g é definida por  $g(x) = \frac{8}{x}$ , com  $x > 0$ ;
- $f(3) = g(4)$ .

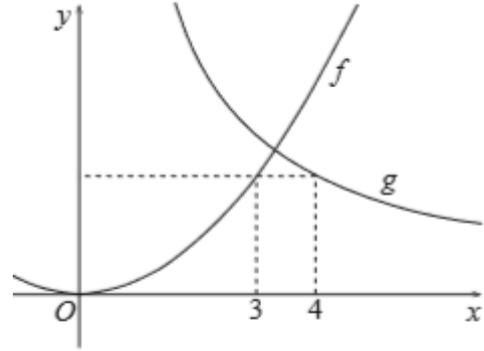


Figura 8

Determina o valor de a.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

14. Um teste escrito é composto, exclusivamente, por 25 itens de escolha múltipla.

Em cada item, são atribuídos 4 pontos se for assinalada a opção correta, e é descontado 1 ponto se for assinalada uma opção incorreta.

Um aluno, que respondeu a todos os itens, teve uma classificação de 70 pontos.

Sejam x o número de itens em que foi assinalada a opção correta e y o número de itens em que foi assinalada uma opção incorreta.

Escreve um sistema de equações, com incógnitas x e y, que permita determinar o número de itens em que foi assinalada a opção correta e o número de itens em que foi assinalada uma opção incorreta.

**Não resolvas o sistema.**

15. Escreve o número  $\frac{6^{-4}}{(2^4)^2 \times 3^8}$  na forma de uma potência de base  $\frac{1}{6}$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

16. Na Figura 9, está representada uma das versões da bandeira de Lisboa. Esta versão, com forma retangular, é composta por 8 triângulos retângulos geometricamente iguais.

Identifica, usando uma das letras da Figura 9, a imagem do ponto E pela composta da translação  $T_{\overline{GE}}$  com a translação  $T_{\overline{EH}}$ .

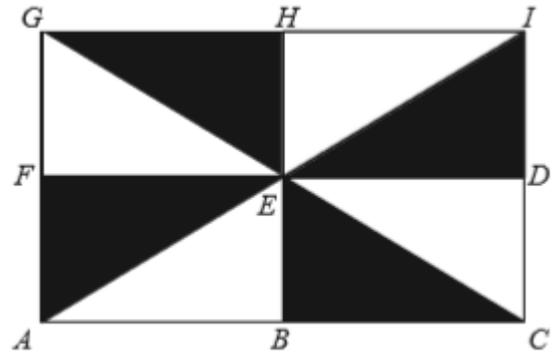


Figura 9

17. Na Figura 10, está representada uma semicircunferência de diâmetro [CD] e centro no ponto O.

Sabe-se que:

- o ponto A pertence à semicircunferência;
- o ponto B pertence ao segmento de reta [CD];
- a amplitude do arco AC é  $110^\circ$ ;
- $\hat{BAC} = 25^\circ$ .

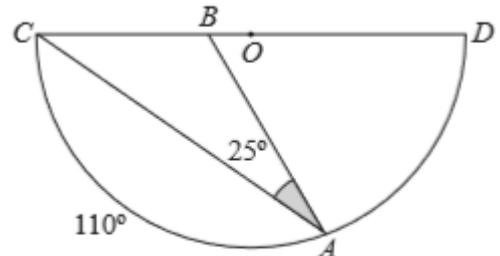


Figura 10

Determina, em graus,  $\hat{CBA}$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

18. Na Figura 11, estão representadas duas retas paralelas, a e b, e três retas concorrentes num ponto, r, s e t.

Sabe-se que:

- a reta r intersecta as retas a e b, respetivamente, nos pontos U e V;
- a reta s intersecta as retas a e b, respetivamente, nos pontos X e Y;
- a reta t intersecta as retas a e b, respetivamente, nos pontos W e Z;
- $\overline{UX} = 9$  e  $\overline{VY} = 4$ .

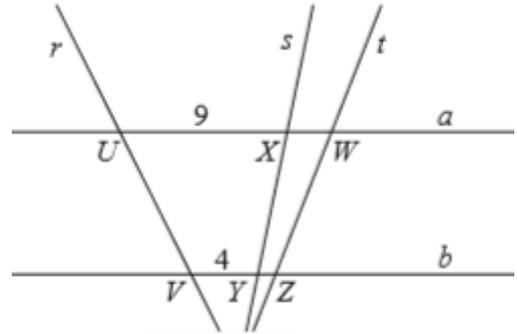


Figura 11

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- A   $\frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}} = \frac{4}{9}$                       B   $\frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}} = 2$
- C   $\frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}} = \frac{9}{4}$                       D   $\frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}} = 3$

## PROVA FINAL DE MATEMÁTICA – 2018 (Época especial)

**Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos. (é permitido o uso de calculadora)**

1. Na tabela seguinte, apresenta-se a percentagem de agregados familiares portugueses com ligação à Internet de banda larga, de 2011 a 2016.

Ano	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Percentagem de agregados familiares portugueses com ligação à Internet de banda larga	56,6	59,7	61,6	63,4	68,5	73,0

Qual é a mediana deste conjunto de dados?

- (A) 61,6                      (B) 62,5                      (C) 63,4                      (D) 63,8

3. Nos movimentos de translação em torno do Sol, a distância entre os planetas Terra e Marte umas vezes aumenta e outras vezes diminui.



Figura 1 – Movimentos de translação da Terra e de Marte em torno do Sol

Em 30 de maio de 2016, foi publicada uma notícia, na qual se lia o seguinte:

«Esta noite, Marte estará mais perto da Terra do que alguma vez esteve nos últimos 11 anos. Serão apenas 75,3 milhões de quilómetros a separar os dois planetas.»

Na mesma notícia, era referida a previsão de que, em 31 de julho de 2018, os dois planetas estariam ainda mais próximos, a 57 milhões de quilómetros um do outro.

Determina a diferença, em quilómetros, entre a distância da Terra a Marte no dia 30 de maio de 2016 e a distância que foi prevista para o dia 31 de julho de 2018.

Apresenta o resultado em notação científica. Mostra como chegaste à tua resposta.

2. Sejam  $x$  e  $y$  números reais tais que  $x$  é uma aproximação de 3,6, com um erro inferior a 0,1 e  $5,3 < y < 5,5$ .

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A)  $8,8 < x + y < 9,2$     (B)  $8,9 < x + y < 9,1$     (C)  $8,9 < x + y < 9,2$     (D)  $8,8 < x + y < 9,1$

5. No transporte marítimo de gás, usam-se, frequentemente, navios com tanques esféricos.

Na Figura 5, está representado, em esquema, o casco de um desses navios.

Este esquema é composto pelo paralelepípedo retângulo [ABCDEFGH] e pela pirâmide retangular irregular [BCHGI], cujo vértice I pertence ao plano que contém a face [CDEH] do paralelepípedo retângulo.



Figura 4 – Navio de transporte de gás

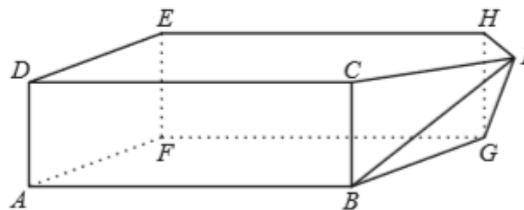


Figura 5

5.1. Identifica, usando letras da Figura 5, uma reta perpendicular ao plano definido pelas retas AG e BF.

5.2. Admite que  $\overline{AB} = 10\text{cm}$  e  $\overline{AD} = 3\text{cm}$ .

Determina  $\overline{BD}$ .

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às décimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5.3. Na Figura 6, está representada a vista de cima de um navio de transporte de gás.

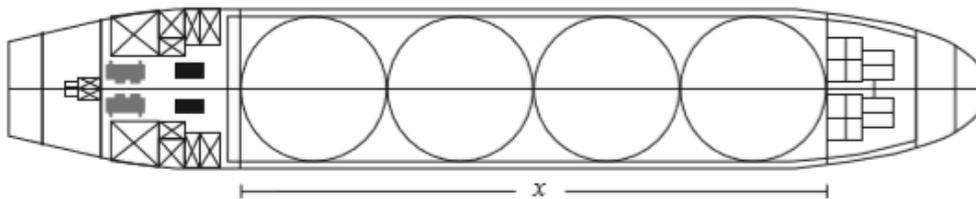


Figura 6

Admite que os quatro tanques esféricos:

- têm o mesmo raio e espessura desprezável;
- estão colocados num compartimento com a forma de um paralelepípedo retângulo, encostados uns aos outros e às paredes do compartimento, sem que sejam deformados;
- têm, cada um,  $33\,750\text{ m}^3$  de volume.

Determina o comprimento do compartimento onde estão colocados os quatro tanques esféricos, designado por  $x$  na Figura 6.

Apresenta o valor pedido em metros, arredondado às unidades. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

4. No Porto de Leixões, existe uma das maiores pontes basculantes do mundo. No esquema da Figura 3, está representada a posição, em relação à horizontal, que as duas secções móveis da ponte tinham num certo instante. Nesse esquema, as secções móveis estão representadas pelos segmentos de reta [AC] e [ED].



Figura 2 – Ponte do Porto de Leixões

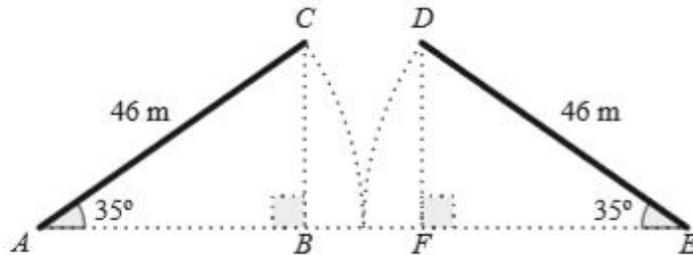


Figura 3

Relativamente ao esquema, sabe-se que:

- os triângulos [ABC] e [EFD] são retângulos nos vértices B e F, respetivamente;
- $\overline{AC} = \overline{ED} = 46m$  ;
- $\hat{BAC} = \hat{DEF} = 35^\circ$  ;
- $\overline{AE} = \overline{AC} + \overline{ED}$  .

Determina a distância entre os pontos C e D, na posição representada no esquema da Figura 3. Apresenta o resultado em metros, arredondado às unidades. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, duas casas decimais. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

**Sugestão:** Começa por determinar  $\overline{AB}$  ou  $\overline{EF}$  .

6. Seja n o menor número natural tal que  $[0; \sqrt[3]{n}] \cap ]20; +\infty[$  é um conjunto **não vazio**. Qual é o valor de n?

**Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos. (não é permitido o uso de calculadora)**

7. Numa certa atividade, participaram dez alunos, rapazes e raparigas, distribuídos por três equipas, A, B e C, de acordo com a tabela seguinte.

	Equipa A	Equipa B	Equipa C
Rapazes	2	2	1
Raparigas	1	2	2

7.1. Sabe-se que, numa destas equipas, ao selecionar ao acaso um dos seus elementos, a probabilidade de o elemento selecionado ser rapariga é 50%. Identifica essa equipa.

7.2. Vão ser selecionados, ao acaso, para capitães de equipa, um elemento da equipa A e um elemento da equipa B.

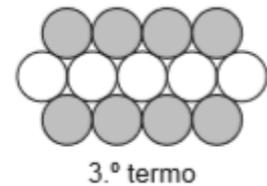
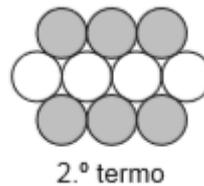
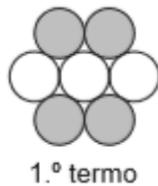
Qual é a probabilidade de os dois capitães serem ambos rapazes?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

**Sugestão:** Começa por construir uma tabela de dupla entrada ou um diagrama em árvore.

8. Representam-se a seguir os três primeiros termos de uma sucessão de figuras constituídas por círculos geometricamente iguais. Com exceção do primeiro, cada termo da sucessão tem mais um círculo branco e dois círculos cinzentos do que o termo anterior.



Qual das expressões seguintes dá o número total de círculos do termo de ordem  $n$  da sucessão?

- (A)  $2n + 5$                       (B)  $5n + 2$                       (C)  $3n + 4$                       (D)  $4n + 3$

9. No referencial ortogonal e monométrico, de origem no ponto  $O$ , da Figura 7, estão representadas as retas  $r$  e  $s$ .

A reta  $r$ , de equação  $y = -2x + 5$ , é paralela à reta  $s$ .

A reta  $s$  passa no ponto de coordenadas  $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ .

Determina uma equação da reta  $s$ .

Apresenta a equação na forma  $y = ax + b$ , sendo  $a$  e  $b$  números reais.

Mostra como chegaste à tua resposta.

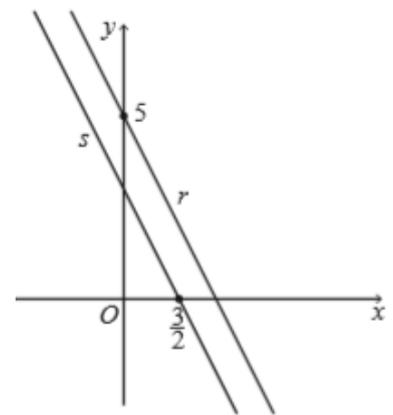


Figura 7

10. Considera a igualdade  $(x - 3)^2 = x^2 + mx + n$  em que  $m$  e  $n$  são números reais.

Para que valores de  $m$  e  $n$  a igualdade é verdadeira qualquer que seja  $x$ ?

- (A)  $m = 6$  e  $n = 9$                       (B)  $m = -6$  e  $n = -9$                       (C)  $m = -6$  e  $n = 9$                       (D)  $m = 6$  e  $n = -9$

11. Resolve a equação seguinte:  $15x^2 + 2x - 1 = 0$ .

Apresenta as soluções na forma de fração irredutível. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

12. Resolve a inequação seguinte:  $\frac{1-x}{2} < 3(2x-1)$ .

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

13. No referencial cartesiano, de origem no ponto  $O$ , da Figura 8, estão representadas a função quadrática  $g$  e a função de proporcionalidade inversa  $f$ .

Sabe-se que:

- a função  $g$  é dada por uma expressão da forma  $g(x) = ax^2$ , com  $a \neq 0$ ;
- a função  $f$  é definida por  $f(x) = \frac{6}{x}$ , com  $x > 0$ ;
- os gráficos das funções  $f$  e  $g$  intersectam-se no ponto  $P$ , de abcissa 2.

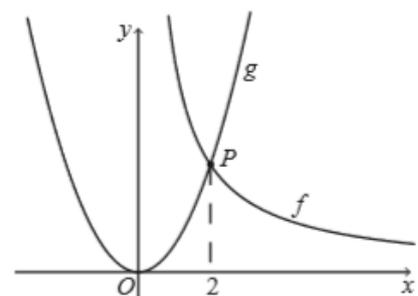


Figura 8

Determina o valor de  $a$ . Apresenta todos os cálculos que efetuares.

14. Escreve o número  $\frac{3^{11}}{3^7} \times 3^{-6}$  na forma de uma potência de base  $\frac{1}{3}$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. Numa modalidade do desporto escolar inscreveram-se inicialmente, 45 alunos, rapazes e raparigas. Passado algum tempo, inscreveram-se mais 4 rapazes e desistiram 4 raparigas, ficando o número de rapazes a ser o dobro do número de raparigas.

Sejam  $x$  o número de rapazes e  $y$  o número de raparigas que se inscreveram inicialmente nessa modalidade do desporto escolar.

Escreve um sistema de equações, com incógnitas  $x$  e  $y$ , que permita determinar o número de rapazes e o número de raparigas que se inscreveram inicialmente nessa modalidade do desporto escolar.

**Não resolvas o sistema.**

16. Na Figura 9, está representado um painel formado por seis azulejos quadrados todos iguais. Em cada azulejo pintou-se um quadrado cinzento cujas diagonais são paralelas aos lados do azulejo e se intersectam no centro deste. Os quadrados cinzentos são geometricamente iguais e foram numerados de 1 a 6.

Qual é a imagem do quadrado 5 pela reflexão deslizante de eixo  $\overrightarrow{CD}$  e vetor  $\overrightarrow{AB}$ ?

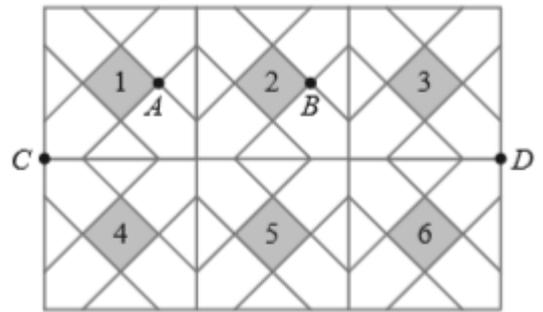


Figura 9

- (A) Quadrado 1                      (B) Quadrado 3  
(C) Quadrado 4                      (D) Quadrado 6

17. Na Figura 10, está representado o triângulo  $[ABC]$ , inscrito numa circunferência de centro no ponto  $O$ . Sabe-se que:

- os pontos  $D$  e  $E$  pertencem aos segmentos de reta  $[AC]$  e  $[BC]$ , respetivamente;
- as retas  $AB$  e  $DE$  são paralelas;
- a amplitude do arco  $AB$  é  $110^\circ$ ;
- $\widehat{CBA} = 85^\circ$ .

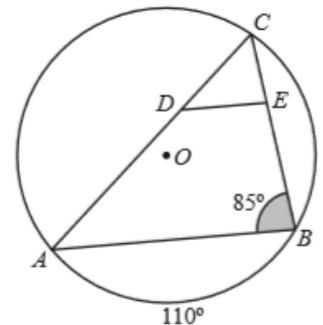


Figura 10

17.1. Determina, em graus,  $\widehat{BAC}$ .  
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

17.2. Qual das seguintes igualdades é verdadeira?

- A   $\frac{\overline{CE}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EB}}{\overline{DA}}$                       B   $\frac{\overline{CE}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{EB}}$   
C   $\frac{\overline{CE}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EB}}{\overline{CA}}$                       D   $\frac{\overline{CE}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{EB}}$

## PROVA FINAL DE MATEMÁTICA – 2019 (1.ª chamada)

**Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos. (é permitido o uso de calculadora)**

1. Na Figura 1, está representado um intervalo de números reais na reta numérica.

Escreve o menor número inteiro e o maior número inteiro que pertencem ao intervalo representado.



Figura 1

2. Numa praia, existe uma rampa de acesso ao areal, como a que se apresenta na Figura 2. Na Figura 3, está representado o prisma triangular reto [ABCDEF], que é um esquema dessa rampa.



Figura 2

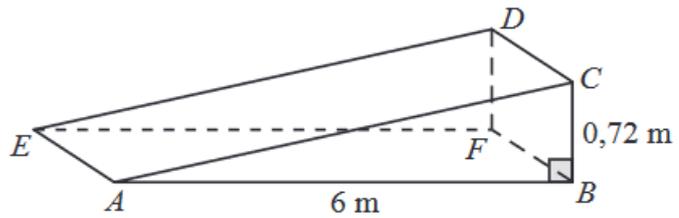


Figura 3

Relativamente ao esquema, sabe-se que:

- $\widehat{ABC} = 90^\circ$ ;
- $\overline{AB} = 6m$  e  $\overline{BC} = 0,72m$ .

O esquema não está desenhado à escala.

2.1. Qual das seguintes retas é perpendicular ao plano que contém a face [ABFE]?

- A  AB      B  DF      C  AC      D  CD

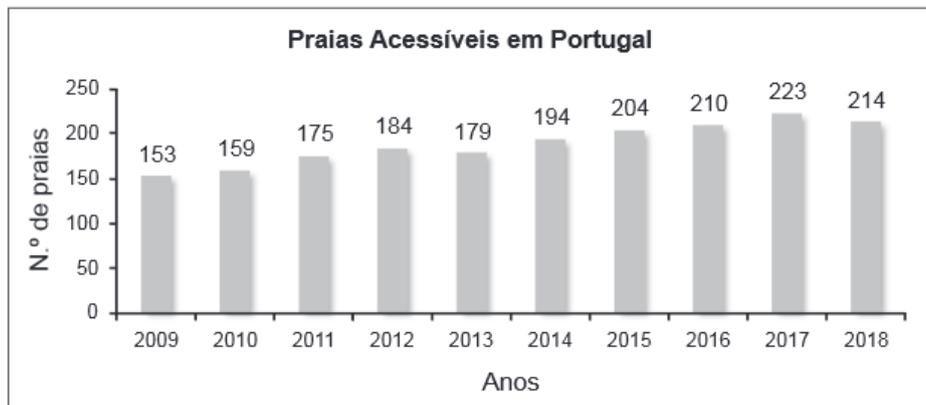
2.2. Determina o comprimento da rampa, ou seja,  $\overline{AC}$ .

Apresenta o resultado em metros, arredondado às centésimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

3. Na sequência do Ano Europeu das Pessoas com Deficiência, deu-se início ao projeto Praia Acessível, Praia para Todos.

O gráfico da Figura 4 representa o número de praias classificadas como acessíveis, em Portugal, de 2009 a 2018.



Fonte: Agência Portuguesa do Ambiente

Figura 4

Qual é a mediana do número de praias classificadas como acessíveis, em Portugal, de 2009 a 2018?

- A  179      B  186,5      C  189      D  189,5

4. Num estudo, publicado em março de 2018, estimou-se que a massa total dos detritos plásticos que constituem a «grande ilha de lixo» do Pacífico era 79 milhões de quilogramas, e que 46% dessa massa provinha de redes de pesca abandonadas ou perdidas.

Determina a massa dos detritos plásticos provenientes de redes de pesca que, de acordo com o estudo, existiam nessa «ilha».

Apresenta o valor pedido em quilogramas, escrito em notação científica.

Mostra como chegaste à tua resposta.

5. Qual dos seguintes números pode ser representado por uma dízima infinita não periódica?

A   $\sqrt{7}$

B   $\frac{1}{7}$

C   $\sqrt[3]{64}$

D   $\frac{1}{64}$

6. O João pratica kitesurf, desporto aquático em que se usa uma prancha e uma asa (semelhante a um paraquedas) comandada através de cabos.

A Figura 5 é um esquema da situação em que o João se encontrava, num instante em que estava elevado em relação à superfície da água.

Relativamente ao esquema, sabe-se que:

- a reta  $s$  representa a superfície da água;
- o segmento de reta  $[AB]$  representa um dos cabos que liga a asa ao João;
- as retas  $BC$  e  $s$  são paralelas;
- a distância do ponto  $B$  à reta  $s$  é  $2,8$  m;
- $\overline{AB} = 18$  m;
- $\hat{A}BC = 42^\circ$  e  $\hat{B}CA = 90^\circ$ .

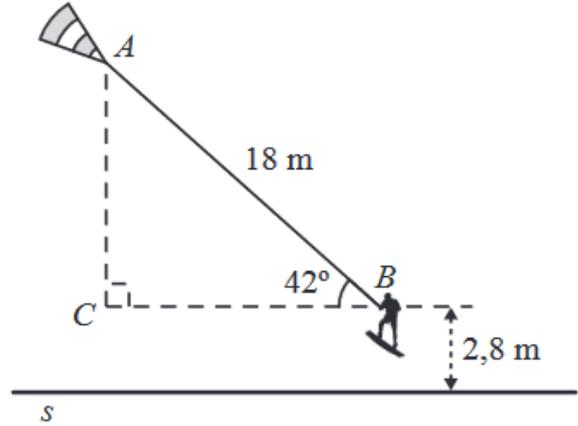


Figura 5

O esquema não está desenhado à escala.

Determina a distância da asa à superfície da água, na situação representada na figura, ou seja, a distância do ponto  $A$  à reta  $s$ .

Apresenta o resultado em metros, arredondado às décimas. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

7. Os contentores de recolha seletiva de lixo de uma praia vão ser substituídos. O contentor atual tem a forma de um sólido que pode ser decomposto num cilindro e numa semiesfera com o mesmo raio, como se representa na Figura 6.

O futuro contentor terá a forma de um prisma reto de bases quadradas, como também se representa na Figura 6.

Relativamente ao contentor atual, sabe-se que:

- a altura do cilindro é  $7,6$  dm;
- o raio da base do cilindro é  $2,4$  dm.

O futuro contentor terá o mesmo volume e a mesma altura do contentor atual.

Determina a medida da aresta da base do futuro contentor.

Apresenta o resultado em decímetros, arredondado às décimas. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, duas casas decimais.

Mostra como chegaste à tua resposta.

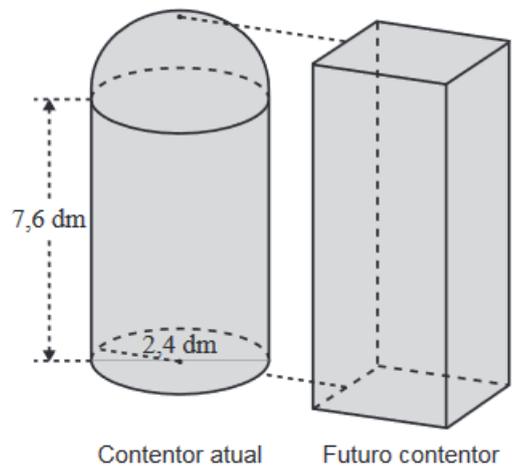


Figura 6

**Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos. (não é permitido o uso de calculadora)**

13. As grandezas  $x$  e  $y$ , apresentadas na tabela seguinte, são inversamente proporcionais.

$x$	10	15
$y$	9	$a$

Determina o valor de  $a$ .

Mostra como chegaste à tua resposta.

8. Cinco amigos, a Ana, o Bruno, a Carla, o David e a Elsa, foram à praia.

8.1. A certa altura, decidiram jogar voleibol de praia.

Como as equipas são de pares, vão sortear, ao acaso, um dos cinco amigos para ser o árbitro. Qual é a probabilidade de a Ana ser selecionada? Apresenta o valor pedido na forma de fração.

8.2. Depois do jogo, para irem tomar banho de mar, vão sortear, ao acaso, dois dos cinco amigos para vigiarem os pertences de todos.

Qual é a probabilidade de serem selecionados um rapaz e uma rapariga?

Apresenta o valor pedido na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

**Sugestão:** Começa por construir uma tabela de dupla entrada ou um diagrama em árvore.

9. A Maria foi fazer uma caminhada com uma amiga, desde a sua geladaria preferida até à praia.

Na Figura 7, está representado, em referencial cartesiano, o gráfico da função que traduz a correspondência entre o tempo,  $t$ , em horas, decorrido desde o início da caminhada e a distância,  $d$ , em quilómetros, a que as duas amigas estavam da praia.

Considera que o gráfico é um segmento de reta.

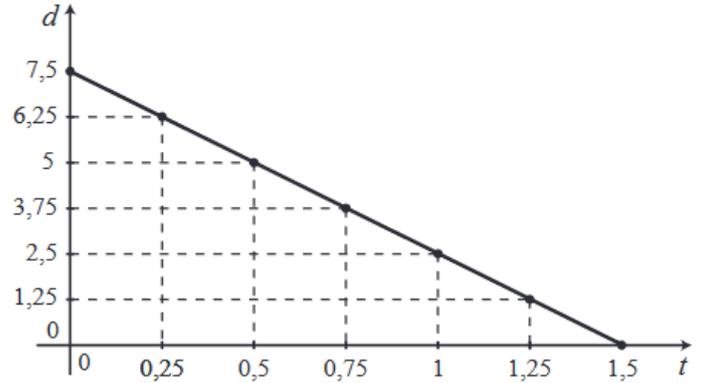


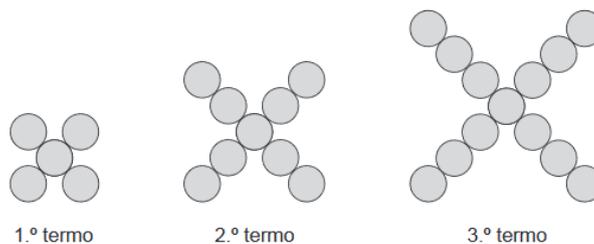
Figura 7

9.1. De acordo com o gráfico, qual era a distância, em quilómetros, a que as duas amigas estavam da praia ao fim de 1 hora de caminhada?

9.2. Qual das seguintes expressões algébricas representa a distância  $d$ , em quilómetros, em função do tempo  $t$ , em horas?

- A   $d(t) = 7,5 - 0,2t$     B   $d(t) = 7,5 - 5t$     C   $d(t) = 1,5 - 0,2t$     D   $d(t) = 1,5 - 5t$

14. Representam-se, a seguir, os três primeiros termos de uma sequência de figuras constituídas por círculos. O primeiro termo da sequência tem 5 círculos, e cada um dos termos seguintes tem mais 4 círculos do que o termo anterior.



Determina a ordem do termo da sequência que tem 4021 círculos. Mostra como chegaste à tua resposta.

10. Qual dos seguintes polinómios é igual a  $(x - 3)^2 - x^2$ ?

- A   $-9$     B   $9$     C   $-6x - 9$     D   $-6x + 9$

11. Resolve a equação seguinte:  $10x^2 + x - 2 = 0$ .

Apresenta as soluções na forma de fração irredutível. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

12. Resolve a inequação seguinte:  $\frac{2+x}{3} > 2(x-1)$  .

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.  
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. Ao chegar à praia, a Maria verificou que o número total de praticantes de *surf* e de *bodyboard* era 51. Ao fim de algum tempo, verificou que, relativamente aos números iniciais, havia mais 7 praticantes de *surf* e menos 4 de *bodyboard*, e que o número de praticantes de *surf* era o dobro do número de praticantes de *bodyboard*.

Sejam  $x$  o número de praticantes de *surf* e  $y$  o número de praticantes de *bodyboard* que estavam na praia quando a Maria chegou.

Escreve um sistema de equações, com incógnitas  $x$  e  $y$ , que permita determinar o número de praticantes de cada uma das modalidades que estavam na praia quando a Maria chegou.

**Não resolvas o sistema.**

16. Na Figura 8, estão representados uma circunferência de centro no ponto  $O$  e o papagaio  $[ABCD]$  inscrito na circunferência.  
A amplitude do arco  $CD$  é  $110^\circ$  e  $\overline{AB} = \overline{BC}$ .

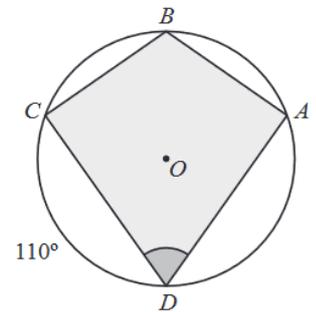


Figura 8

Determina, em graus,  $\widehat{ADC}$ .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

17. Na Figura 9, está representado um padrão formado por losangos geometricamente iguais.

Os pontos  $A, B, C, D$  e  $E$  são vértices de losangos.

Os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  estão representados sobre lados de losangos e têm comprimento igual ao dos lados dos losangos.

Qual é a imagem do ponto  $E$  pela translação de vetor  $\vec{u} + \vec{v}$  ?

- A  Ponto  $A$                       B  Ponto  $B$   
C  Ponto  $C$                       D  Ponto  $D$

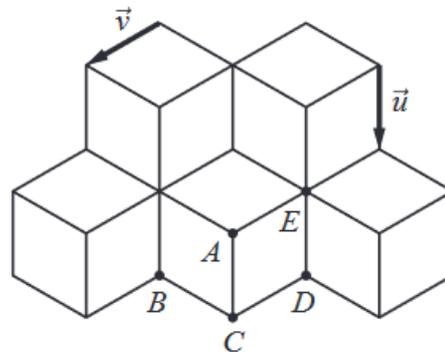


Figura 9

18. Na Figura 10, estão representados os triângulos  $[ABC]$  e  $[ADE]$ , retângulos em  $B$  e  $D$ , respetivamente.

Sabe-se que:

- as retas  $BD$  e  $CE$  se intersectam no ponto  $A$ ;
- os lados  $\overline{BC}$  e  $\overline{DE}$  são paralelos;
- $BC = 4, DE = 2$  e  $BD = a$  ( $a > 0$ ).

Determina, em função de  $a$ , a altura do triângulo  $[ABC]$  relativa ao lado  $[BC]$ .  
Mostra como chegaste à tua resposta.

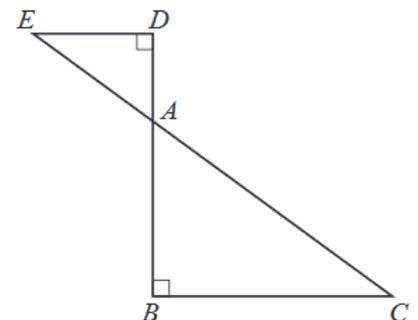


Figura 10

**PROVA FINAL DE MATEMÁTICA – 2019 (2.ª chamada)**

**Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos. (é permitido o uso de calculadora)**

1. Considera o conjunto  $I = [2\pi, 2\sqrt{10}]$

Qual dos seguintes números pertence ao conjunto I?

- (A) 6,27                      (B) 6,28                      (C) 6,32                      (D) 6,33

2. Portugal tem uma das maiores percentagens de área coberta por floresta da Europa. A área de Portugal é 9,2 milhões de hectares e as florestas portuguesas cobrem 35% dessa área. Determina a área de Portugal coberta por floresta. Apresenta o resultado em hectares, escrito em notação científica. Mostra como chegaste à tua resposta.

3. Num estudo sobre o carvalho-alvarinho, foram medidos os diâmetros, em centímetros, dos troncos de uma amostra de árvores desta espécie. Apresentam-se a seguir os dados recolhidos.

21, 76, 45, 50, 43, 82, 26, 73, 72

Qual é o 3.º quartil deste conjunto de dados?

- (A) 34,5                      (B) 49,5                      (C) 60,5                      (D) 74,5

6. Considera o conjunto  $A = \left\{ \frac{17}{49}; \sqrt{34}; \sqrt[3]{125}; \pi \right\}$ .

Escreve os números racionais que pertencem ao conjunto A.

4. A Figura 1 é uma fotografia de uma torre de vigia florestal. Na Figura 2, apresenta-se um esquema dessa torre.

Relativamente ao esquema, sabe-se que:

- o prisma reto [ABCDEFGH], de bases quadradas, representa a torre;
- os vértices do polígono [IJKL] pertencem às arestas laterais do prisma;
- os planos JKL e EFG são paralelos, sendo a distância entre eles 2 m;
- $\overline{KM} = 5m$  = (comprimento da escada);
- $\widehat{AMK} = 66^\circ$  e  $\widehat{KAM} = 90^\circ$ .

O esquema não está desenhado à escala.



Figura 1

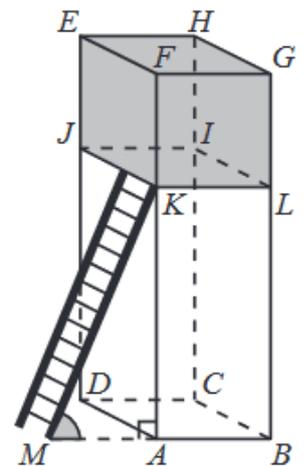


Figura 2

4.1. Qual das seguintes retas é secante e não perpendicular ao plano que contém a base [ABCD]?

- (A) KM                      (B) AB                      (C) AF                      (D) KL

4.2. Determina a altura da torre, ou seja, a distância entre os planos ABC e FGH. Apresenta o resultado em metros, arredondado às décimas. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, três casas decimais. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5. Uma cisterna tem a forma de um sólido que pode ser decomposto num cilindro e em duas semiesferas, como se vê na Figura 3.

De acordo com a figura:

- o comprimento da cisterna é 6,4 m;
- o diâmetro da base do cilindro é 2,4 m;
- as bases do cilindro e as semiesferas têm o mesmo diâmetro.

A figura não está desenhada à escala.

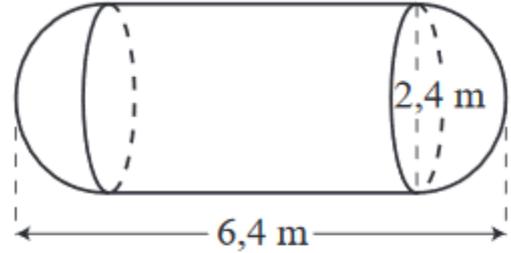


Figura 3

5.1. Determina o volume da cisterna.

Apresenta o resultado em  $m^3$ , arredondado às décimas. Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, pelo menos, três casas decimais.

Mostra como chegaste à tua resposta.

5.2. A cisterna é colocada sobre a plataforma do reboque de um camião.

Essa plataforma tem a forma de um retângulo com largura igual ao diâmetro da base do cilindro e comprimento igual ao da cisterna.

Para sustentar a cisterna, a plataforma do camião foi reforçada com duas barras metálicas, coincidindo com as suas diagonais, representadas na Figura 4 por [AC] e [BD].

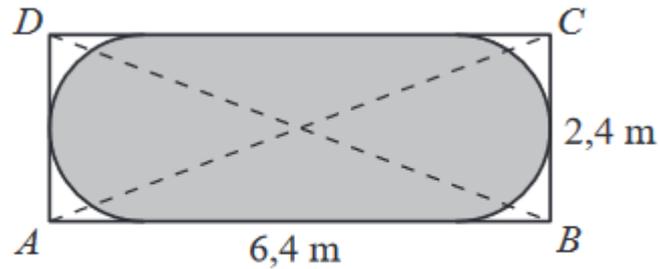


Figura 4

A figura não está desenhada à escala.

Determina o comprimento da barra representada por [AC].

Apresenta o resultado, em metros, arredondado às décimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

**Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos. (não é permitido o uso de calculadora)**

7. Na escola da Joana e do José, comemora-se o Dia Mundial da Árvore plantando árvores.

As árvores a plantar são sorteadas ao acaso, estando disponíveis para cada turma 6 árvores: 3 sobreiros, 2 carvalhos e 1 azinheira.

7.1. A turma da Joana vai plantar uma árvore.

Qual é a probabilidade de a turma da Joana plantar uma azinheira?

Apresenta o valor pedido na forma de fração.

7.2. A turma do José vai plantar duas árvores.

Qual é a probabilidade de a turma do José plantar dois sobreiros?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

**Sugestão:** Começa por construir uma tabela de dupla entrada ou um diagrama em árvore.

9. Resolve a inequação seguinte:  $\frac{x-4}{6} - \frac{1}{3} < 2(x+1)$ .

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

10. Resolve a equação seguinte:  $20x^2 - 9x + 1 = 0$ .

Apresenta as soluções na forma de fração irredutível.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

8. Um drone de vigilância florestal levantou voo verticalmente a partir de uma plataforma.

Na Figura 5, está representado, em referencial cartesiano, o gráfico da função que traduz a correspondência entre o tempo,  $t$ , em segundos, e a distância,  $d$ , em metros, do drone à plataforma nos primeiros 20 segundos de voo.

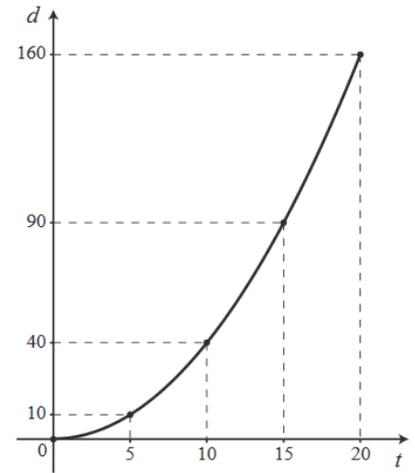


Figura 5

8.1. De acordo com o gráfico, qual era a distância, em metros, do drone à plataforma, 15 segundos depois de iniciar o voo?

8.2. Considera que a distância  $d$ , em metros, em função do tempo  $t$ , em segundos, é dada por uma expressão do tipo  $d(t) = at^2$ , em que  $a \neq 0$  e  $0 \leq t \leq 20$ .

Qual é o valor de  $a$ , sabendo-se que  $d(10) = 40$ ?

- (A)  $-\frac{4}{25}$       (B)  $-\frac{2}{5}$       (C)  $\frac{2}{5}$       (D)  $\frac{4}{25}$

11. Na Figura 6, estão representados os quadrados  $[ABCD]$  e  $[EFGH]$ , sendo os vértices  $E, F, G$  e  $H$  os pontos médios dos lados do quadrado  $[ABCD]$ .

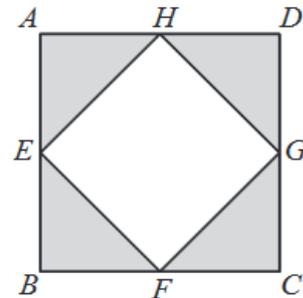


Figura 6

11.1. Qual dos seguintes é o vetor soma  $\vec{BF} + \vec{EH}$ ?

- A   $\vec{BG}$       B   $\vec{BH}$   
 C   $\vec{GB}$       D   $\vec{HB}$

11.2. Considera que  $\overline{AB} = x - 5$ , com  $x > 5$ .

Qual das seguintes expressões representa a área do quadrado  $[ABCD]$ ?

- A   $x^2 + 10x - 25$       B   $x^2 - 10x + 25$   
 C   $x^2 - 25x + 10$       D   $x^2 + 25x - 10$

12. Representam-se a seguir os três primeiros termos de uma sequência de figuras constituídas por círculos geometricamente iguais, uns brancos e outros cinzentos.



O primeiro termo da sequência tem três círculos brancos e um cinzento.

Os restantes termos são obtidos acrescentando ao anterior uma linha de três círculos geometricamente iguais aos anteriores, um cinzento e dois brancos.

Um termo da sequência tem 110 círculos cinzentos.

Qual é o número total de círculos desse termo?

Mostra como chegaste à tua resposta.

13. Um grupo de amigos do Pedro decidiu oferecer-lhe, como presente de aniversário, um cheque Aventura para um programa em que poderá praticar canoagem, escalada e rapel.

Ficou estabelecido que o contributo, em euros, de cada participante na compra do cheque seria inversamente proporcional ao número de participantes.

Inicialmente, o grupo era constituído por 4 amigos, e cada um contribuiria com 12 euros. Antes da compra, juntaram-se 2 amigos ao grupo.

Qual é a quantia, em euros, com que cada amigo contribuiu para a compra do cheque?

Mostra como chegaste à tua resposta.

14. Na Figura 7, estão representados um círculo de centro no ponto O e os pontos A, B e C, que pertencem à circunferência que delimita o círculo.

O comprimento do arco AB é 5 cm, e a amplitude do ângulo inscrito ACB é  $30^\circ$ .

Determina o perímetro do círculo.

Apresenta o resultado em centímetros.

Mostra como chegaste à tua resposta.

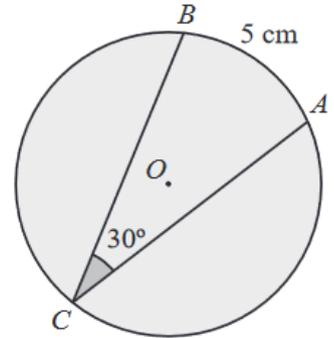


Figura 7

15. Um grupo de pessoas está a descer um rio em 28 caiaques, uns de um lugar e outros de dois lugares.

Todos os caiaques têm os seus lugares ocupados, havendo mais 4 pessoas em caiaques de um lugar do que em caiaques de dois lugares.

Sejam  $x$  o número de caiaques de um lugar e  $y$  o número de caiaques de dois lugares utilizados na descida do rio.

Escreve um sistema de equações, com incógnitas  $x$  e  $y$ , que permita determinar o número de caiaques de cada tipo utilizados na descida do rio.

**Não resolvas o sistema.**

16. Na Figura 10, estão representados o triângulo [ABC] e o retângulo [DEFG].

Sabe-se que:

- os pontos D e E pertencem ao lado [AB], o ponto F ao lado [BC] e o ponto G ao lado [AC];
- o ponto H pertence ao segmento de reta [FG];
- as retas FG e CH são perpendiculares;
- $\overline{AC} = 3$  e  $\overline{CG} = 1$  ;
- para um certo valor de  $a > 0$ ,  $\overline{FG} = \overline{CH} = a$  .

Determina, em função de  $a$ , a área do retângulo [DEFG].

Mostra como chegaste à tua resposta.

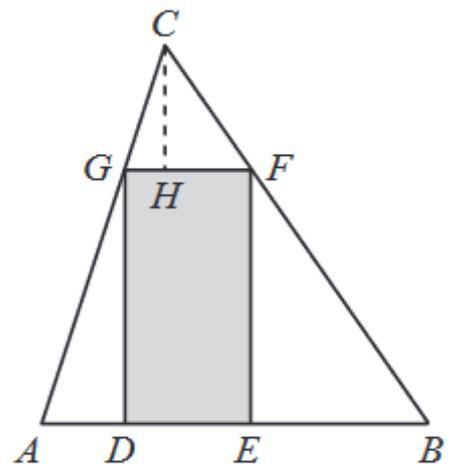


Figura 10